El caso de Gael: El estudio de un niño con dificultades matemáticas

Guy Brousseau - Universidad de Burdeos
Virginia M. Warfield - Universidad de Washington
THE JOURNAL OF MATHEMATICAL BEHAVIOR Volumen 18, Número 1,1999
Traducción de José Muñoz Delgado

Preámbulos

Presentación de Virginia M. Warfield

Este artículo es uno de los dos textos gemelos (en francés e inglés) que resultaron de la colaboración entre Guy Brousseau, Nadine Brousseau y Virginia Warfield. Se inició por el deseo de esta última para que la comunidad anglófona pudiera disponer de un artículo escrito por Guy Brousseau en 1981. Los debates resultantes produjeron tantas modificaciones y aclaraciones que los tres se comprometieron a hacer que la versión mejorada estuviera disponible también en francés. El proceso proporcionó muy buena evidencia de que las diferencias en la perspectiva lingüística y cultural pueden ser fuente de considerable enriquecimiento intelectual.

INTRODUCCIÓN a la versión en inglés (Warfield)

Uno de los artículos más conocidos de la "literatura gris" en el campo de la Didáctica es el “caso de Gaël” (le Cas de Gaël), de Guy Brousseau, que originalmente se publicó en 1981. El contenido principal del presente artículo es el Caso de Gaël, modificado, aclarado y traducido. Para explicar su importancia, comenzaremos con los antecedentes y el origen del artículo, y de su autor.

Guy Brousseau empezó su carrera en el aula, enseñando, experimentando, observando y escribiendo montones de notas. Luego, él dedicó la década de los años sesenta a ampliar su conocimiento en matemáticas, al mismo tiempo que utilizaba ese conocimiento que había adquirido en el aula como una base para interpretar la obra de Diènes, Piaget y otros (o posiblemente viceversa). Esta excitante combinación produjo, en 1970, la Teoría de las Situaciones, la cual generaría el campo de la Didáctica de las Matemáticas. Una breve descripción de esa teoría aparece en la introducción general que se muestra abajo.

Pero no fue una teoría que pretendiera ser meramente decorativa. Brousseau estaba decidido a probarla y ampliarla por medio de experimentación seria. Para este efecto, se entregó por completo a un esfuerzo realizado por un grupo de matemáticos de Burdeos y sus alrededores, como parte de un movimiento general conducido por A. Lichnérowicz para persuadir al Ministro de Educación a proporcionar los medios para modernizar la enseñanza de las matemáticas. Estos recursos consistieron en los I.R.E.M. (Institutos para Investigación en Enseñanza de las Matemáticas[1]) en los que, profesores universitarios y maestros en servicio, podrían llevar a cabo investigación combinando sus respectivos campos de experticia. Sus esfuerzos valieron la pena, y el I.R.E.M. de Burdeos fue debidamente fundado como uno de los primeros en Francia. Brousseau se unió a dicho centro con la tarea de organizar el desarrollo de sus proyectos.

Para eso, Brousseau persuadió a la universidad y al ministro para abrir la Escuela Michelet, la cual combinó las propiedades de ser tanto una escuela primaria pública normal como la de estar diseñada para la experimentación y la observación controlada en enseñanza de las matemáticas.

Durante el mismo período, Brousseau llevó a cabo un estudio de los procesos de aprendizaje de estudiantes con fracaso “selectivo” en matemáticas; esto es, estudiantes que en otras áreas académicas estaban en un nivel razonable, pero que, por alguna razón, fracasaban en matemáticas. La situación específica del estudio se describe abajo, pero parece que vale la pena señalar una de las muchas formas en las que este caso tiene un eco en contextos más familiares. En el transcurso de mi primera lectura del artículo original, me embargó una sensación de que ya me había encontrado con Gaël en alguna otra circunstancia, con algún otro nombre. Eventualmente caí en la cuenta de que él pudo haber salido de las páginas del libro de John Holt "Why Children Fail". Gael influye en su instructor con exactamente la misma dulce sumisión de Ruth. Ella, sin embargo, ya sea consciente o inconscientemente, conduce a su tutor a reducir el contenido del problema prácticamente a nada. Este es, de hecho, el método del amigo de Gaël, Cyrille, pero su manera de lograrlo es mejor que la de Emily, cuya incapacidad para mantener la incertidumbre la convierte en lo

[1] Instituts de Recherches pour l'Enseignement des Mathématiques

que Holt llama un “cazador de respuestas”. Gaël y Cyrille pudieron haber sido pequeños alumnos franceses, pero ¡representan a una legión internacional!

Introducción General (Brousseau)

Gaël, de 8 años y medio, fue uno de los nueve niños con dificultades selectivas (en matemáticas) a los que traté de ayudar mediante un pequeño número de sesiones tutoriales, didácticas y clínicas, entre 1976 y 1983. Preparé las sesiones, las grabé, las transcribí y las analicé con mi amigo Jacques Pérez, un psicólogo, así como con un pequeño equipo de colaboradores y estudiantes. Esos estudios incluyeron:

1. El tipo de intervención que podría mejorar los comportamientos y los conocimientos matemáticos de esos niños.
2. Las características que distinguían a estos niños de otros. (¿Tenían alguna forma particular de comportarse o de equivocarse? ¿Fallaban en las mismas preguntas que otros niños con problemas?)
3. El conocimiento del que carecían.

Ellos atrajeron nuestra atención hacia dos formas de evasión del aprendizaje en una situación escolar: la forma “histeroide” de Gaël y la forma obsesiva, más frecuente y más visible.

Estos estudios fueron conducidos en paralelo con otras investigaciones, todas dirigidos hacia el desarrollo y la puesta a prueba de la Teoría de Situaciones, la cual estaba en proceso de ser elaborada. La Teoría de Situaciones se basa en la idea de que el conocimiento humano se manifiesta por el papel que juega en las interacciones entre sistemas: actores, medio (milleu) e instituciones.

Debería ser posible asociar a cada unidad de conocimiento, un número limitado de tipos específicos de interacción cuyo desarrollo apropiado requiere de ese conocimiento, o incluso causa su desarrollo. Las situaciones características para unidades de conocimiento matemático pueden ser estudiadas e incluso modeladas dentro del marco de las matemáticas mismas, lo cual algunas veces hace posible el uso de computadoras para predecir su evolución.

La enseñanza de una noción consiste así en establecer sus situaciones, y llevar a cabo las interacciones a que da lugar y en las cuales el aprendiz puede participar. Es, en sí misma, una interacción. Hemos mostrado que esta interacción también es en gran medida específica para el conocimiento a ser enseñado, pero que toma una forma --una situación didáctica-- necesariamente diferente a las formas no didácticas en las cuales se usa ese conocimiento. Este resultado cambia todo el enfoque de la educación matemática y la educación de los maestros.

El estudio teórico y experimental de situaciones didácticas y sus consecuencias prácticas es una larga historia en la que el Caso de Gaël ha ocupado un lugar importante. Hay tres razones principales para esta importancia:

1. La situación propuesta a Gaël tiende a reemplazar las definiciones constructivas (en el sentido matemático) de la sustracción. En éstas, el estudiante reproduce un algoritmo que le es mostrado y que le da el resultado deseado. La alternativa es una definición "algebraica", en la cual debe encontrarse un número para satisfacer alguna condición (una diferencia es lo que debe añadirse a algún número para encontrar algún otro número: 39 + x = 52). Éste es el prototipo de las situaciones con las cuales

exploramos las posibilidades de reemplazar la aritmética por el álgebra tan pronto como sea posible en la escuela primaria.

2. Al plantear el reemplazo de la construcción de un término por la comprensión de una relación y la búsqueda de un objeto que la satisfaga, la situación indicó claramente las condiciones paradójicas de todas las situaciones didácticas que la hacen, a un tiempo, necesaria e imposible, para mantener un **contrato didáctico** efectivo. (Este concepto nació en el transcurso del experimento.)
3. Finalmente, este experimento vino a ilustrar las relaciones y las diferencias irreductibles entre la perspectiva didáctica, el enfoque psico-cognitivo y el punto de vista psico-afectivo en una situación de enseñanza.

1 EL CASO DE GAËL: PRIMERA SESIÓN

1.1 La sesión por sí misma. Los Autos Rojos

El tutor emprende la primera sesión con la pregunta: ¿"sabes con qué cosas tuviste problema esta semana y qué cosas realmente supiste cómo hacer"? Él obtiene sólo respuestas evasivas. Gaël saca su cuaderno de apuntes y los dos examinan el trabajo de la semana. Eventualmente escogen el siguiente problema, el cual Gaël había hecho mal:

En un estacionamiento hay 57 autos, 24 de los cuales son rojos. Encuentre el número de autos en el estacionamiento que no son rojos.

Gaël piensa por un momento, luego dice: "voy a hacer lo que aprendí del maestro". Él escribe 57 + 24 en una columna y obtiene 81, exactamente lo que había hecho durante la semana. Parece que Gaël ha dominado la operación de adición, la cual tiene que realizar frecuentemente, pero nunca se preguntó ni una sola vez cuándo se supone que debe ser usada. En lugar de eso, él se cubre a sí mismo con la autoridad del maestro para justificar un uso automático de la operación. Él no presta ninguna atención a las correcciones hechas en clase.

El tutor comenta, sin mucho énfasis, como si fuera un comentario general, que necesita saber cuándo es adición o sustracción o alguna otra cosa; luego, en un tono alentador, sugiere a Gaël que dibuje los autos “pero no todos ellos, porque eso tomaría demasiado tiempo".

Gaël dibuja un rectángulo y escribe 57 en el centro.

T: (El tutor) pregunta: "¿Son esos todos los autos?"

G: "Son todos los autos que no son rojos".

T: "¿Sólo los autos que no son rojos?"

G: "Son todos los autos y no son rojos".

El tutor pudo haber continuado con “¿Entonces dónde están los autos rojos?”, pero era obvio que el niño no tenía una representación correcta de la situación. Ponerlo en una contradicción formal sólo serviría para apenarlo.

T: "Si el número de autos cambiara, ¿eso podría cambiar la operación?"

G: “¡Sí!!"

Es claro que Gaël llama "operación" a la tripleta de números, no a la "adición" por oposición a la “sustracción". El tutor había esperado que Gaël podría tener en mente la pregunta:

¿sumar o restar? En ese caso, habría tratado de descubrir si el niño era capaz de construir un problema equivalente usando números pequeños para el cual el dibujo se haría rápidamente. El hecho de que Gaël no entienda la pregunta, cancela la posibilidad de continuar por esta línea. El tutor le pide a Gaël que dibuje los 57 autos de uno por uno. Gaël empieza esforzándose en hacer dibujos que realmente parezcan autos, pero a petición del tutor, cambia a hacer marcas. El tutor hace que las dibuje en líneas de veinte.

T: "¿Has dibujado todos los autos en el estacionamiento?"

G: "No"

T: "Las instrucciones eran 'En un estacionamiento hay 57 autos. Dibuja el estacionamiento.' ¿Hay 57 autos en este estacionamiento?"

G: "Sí"

T: "¿Están todos los autos, de los que el problema hablaba, en este estacionamiento?”

G: "No, hay también algunos autos rojos".

El tutor le dice que necesita poner atención cuidadosa al texto, porque hay un punto después de "57 autos". Gaël luego admite que los autos rojos están en el lote, pero piensa que todavía necesita dibujarlos porque no aparecen en su diseño.

*Aquí uno puede ver que él tiene dificultad en imaginar que hay **un único conjunto** de autos, con dos propiedades: que estén en el estacionamiento y que sean rojos. Para él, la segunda propiedad necesita de un segundo conjunto, y si bien admite que el segundo conjunto también tiene la primera propiedad, él aún no puede imaginar que sea una parte del conjunto original. ¿Se debe esto a que no ha analizado el enunciado del problema, o a que no puede usar la operación de inclusión?*

El tutor explica que los 24 rojos son parte de "éstos" carros –los 57 originales—y que Gaël los debe pintar de rojo en su diseño. Al llegar a este punto, las acciones de Gaël están completamente guiadas por el tutor. Juntos comprueban que el dibujo corresponde al planteamiento del problema, luego Gaël tiene que encontrar todos los autos que no son rojos. Él cuenta 31 de ellos. El tutor le pregunta:

T: "Si te digo que esa es la respuesta incorrecta, pensarías que estoy en lo correcto?

G: "No sé".

T: ¿"Qué harías para saber si estoy en lo correcto?

G: "Contaría otra vez".

Y obtiene 33.

T: "Entonces, cuál es correcto, ¿31 o 33? ¿Qué podemos hacer para saber?”

G: "Tenemos que contar".

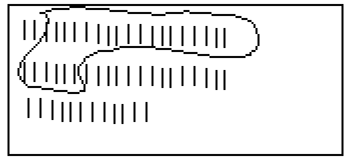
T: “¿No hay otro método?"

No hay respuesta.

*Dado que su dibujo fue lo suficientemente concreto y que le fue posible dar una respuesta, Gaël no trata de usar, o pensar en usar, una operación para verificar su respuesta, porque él puede contar tantas veces como quiera. Su dibujo es un apoyo seguro al que se puede referir, mientras que una operación requiere **ciertos mecanismos abstractos** e incluye una reversibilidad que Gaël parece no haber adquirido, para saber cómo usar la resta para encontrar las dos términos de la adición.*

Gaël hace otro recuento: "33".

El tutor circula los autos rojos,



obliga a Gaël a observar que hay 24 rojos y 33 no-rojos y pregunta:

T: "¿Entonces cuántos autos hay?”

G: "¿Pongo 24 y luego 33?"

Gaël plantea un problema de adición: 24 + 33 = 57

T: "Entonces ¿obtuviste la respuesta que se requería? ¿Puedes contestar la pregunta que el problema solicitó"?

G: "No"

Para la mayoría de niños, se supone que la respuesta requerida es el resultado de una operación, y la solución debe encontrarse en un lugar específico de lo que se escribió. Este hábito es un obstáculo en lo que se refiere a identificar la respuesta en una ecuación considerada como una relación.

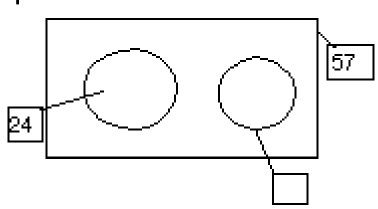
T: “¡Sí, sí puedes! Escribiste lo que te pidieron que escribieras".

Gael está asombrado. A solicitud del tutor él vuelve a leer el problema.

T: ¿"Cuántos autos hay que no son rojos"?

Con la ayuda del dibujo, hace que Gaël diga que hay solamente 33. Le pregunta cómo los encontró y Gaël contesta "haciendo cálculos", luego lo corrige por "dibujándolo". El tutor explica que haciendo cálculos "se puede encontrar la respuesta sin tener que dibujar todo" y Gaël admite que eso es lo que él no sabe cómo hacer.

El tutor decide obligar a Gaël a usar la representación simbólica que usa en su aula, con la idea de que eso le ayudará. Gaël dibuja el área del estacionamiento, pone los autos rojos, luego los demás, y luego pone etiquetas:



T: "Si cuento los rojos tengo...?

G: “24"

T: "Y si continúo y cuento el resto obtengo...?

G: "57"

El tutor escribe

24

+ ...

57

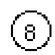
a fin de que Gaël no use la sustracción para encontrar el 33 y en lugar de eso trate de encontrar el número que puede ser sumado a 24 para obtener 57, lo cual hace fácilmente.

En el transcurso de esta primera fase, ciertas características comienzan a aparecer las cuales son comunes entre estudiantes con dificultades: problemas para encontrarle sentido a la pregunta planteada y para usar estrategias que verifiquen la respuesta; recurrir a las recetas, etc.

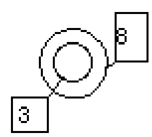
Para aclarar la naturaleza de las dificultades de Gaël y asegurarse que no volverá a sacar conclusiones automáticas de esta secuencia, el tutor plantea dos problemas similares.

El primero tiene los autos formando dos conjuntos disjuntos claramente identificados en el enunciado del problema. Todo lo que se requiere es sumar sus números para obtener el total, lo cual Gaël realiza rápidamente.

El otro es comparable con el problema inicial, con 8 autos de los cuales 3 son rojos. Gaël dibuja un círculo con 8 autos



y luego vuelve a hacer el dibujo para incluir los 3 rojos:



y cuando se le pregunta cuántos no son rojos, él contesta "11". Otra vez, él usa la autoridad de la operación que sabe, sin detenerse a pensar. Dibujando los autos y coloreando tres, como antes, él obtiene la respuesta.

Debe explicarse que en la clase de Gaël la sustracción no se presentó como la única forma de encontrar una diferencia. La adición con un hueco se usó con frecuencia. Este procedimiento tiende a forzar al niño a salirse de un automatismo formal que asocia una operación matemática con una operación material (+ si sumo, - si quito o resto) y se centra en el conjunto que está siendo contado y su relación con los datos del problema.

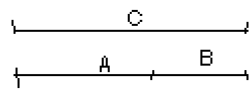
1.2 Prueba de la cuantificación de la inclusión

La incomprensión que Gaël demostró en este ejercicio pudo haber tenido simplemente orígenes psicogenéticos: el niño podría ser demasiado pequeño para realizar el razonamiento necesario. Resolver un problema como éste, que involucra considerar **simultáneamente** el todo y la parte a fin de compararlos, asume un tipo de operación lógica que Piaget demostró tiene un carácter complicado. La cuantificación de la inclusión, requerida para la comprensión del problema de los autos, no es, de hecho, construida por un niño hasta que tiene una edad de alrededor de siete u ocho años. Por consiguiente, era necesario asegurarnos de que Gaël tenía un esquema operacional. Decidimos en ese mismo momento darle la prueba de las pelotas de colores. Esta prueba tan conocida, usada por Piaget, consiste en presentarle al niño ocho cuentas de madera, de las cuales cinco son rojas y tres verdes. El sujeto tiene que evaluar si hay más cuentas de madera o más cuentas rojas y justificar su respuesta. Gaël tuvo éxito con la prueba, justificándonos en nuestra idea de que los repetidos fracasos del niño en el uso de la relación de inclusión no fueron resultado de lagunas en las estructuras lógico-matemáticas.

1.3 Prueba de conmutatividad

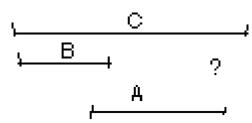
Luego decidimos presentarle a Gaël otra prueba operacional utilizada por Gréco en su investigación sobre la génesis de la operación de conmutatividad.

Se le muestra al niño un conjunto de barras como sigue:

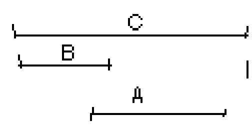


Es claro para el niño que A + B = C

Ahora la barra B se pone en lugar de la barra A y el niño recibe instrucciones de hacer una marca donde terminaría A si A se pusiera al terminar B:



Gaël dice inmediatamente: “¡El extremo estaría exactamente donde estaba antes!" y realiza una marca una marca alineada con el extremo de C



La respuesta caracteriza a un niño que ha alcanzado la etapa operacional, lo cual no nos asombra, dada la edad del niño y su éxito con la prueba anterior. Por otra parte, lo que es interesante y nos puede dar alguna información, es la actitud de Gaël cuando expresamos cierta duda respecto a su juicio con objeciones como "pero un niño me dijo hace unos minutos que el extremo es más corto que ese", etc. Gaël instantáneamente se retracta de sus aseveraciones:

G: "Eso podría ser correcto..."

T: “¿Qué piensas exactamente?"

G: “¡No sé!"

Este tipo de conducta en esta prueba caracteriza a los niños que Gréco sitúa en una etapa intermedia (pre-operacional), donde las estructuras del sujeto todavía están en construcción, así que las compensaciones son incompletas y frágiles. Esto no puede ser el caso con Gaël. Parecería que, sin lugar a dudas, su repentina ausencia de convicción frente a una simple contra-proposición tiene que ver con su actitud general hacia los otros a su alrededor cuando su conocimiento se pone en juego. La convicción que, para Piaget, revela el funcionamiento de una estructura operacional desaparece aquí sin que sea posible culpar de ello a una fragilidad de construcciones lógicas. Pensamos, más bien, que es el resultado de su manera de ser con los que lo rodean.

1.4 Análisis de la primera sesión

Entre las preguntas que surgieron del comportamiento de Gaël hubo una que tuvo que revisarse rápidamente. Toda actividad matemática se sostiene por esquemas operacionales del sujeto que, de acuerdo con Piaget, no se aprenden en el sentido estricto sino que se construyen en el transcurso del desarrollo. En el caso de los autos rojos y no rojos, podemos ver que fue absolutamente necesario asegurarnos de que Gaël realmente tenía la estructura operacional de inclusión.

Con los resultados de la prueba de las cuentas de madera, sabemos al menos que los repetidos fracasos de Gaël para entender el problema no pudieron explicarse por huecos en el nivel de sus estructuras lógico-matemáticas. Evidentemente, él tenía los esquemas operacionales necesarios para solucionar el problema propuesto. ¿Cómo explicar entonces su comportamiento en el transcurso de la sesión?

La respuesta garantiza no ser simple desde el momento en que uno toma como un objeto la **relación** entre un sujeto singular (cuya relación actual con el mundo es el resultado una gran parte de su historia pasada) y una situación didáctica que por sí misma es muy complicada.

En esta perspectiva, la prueba de Gréco nos da algo con qué comenzar. La causa inmediata de sorpresa es la completa incapacidad de Gaël para mantener su convicción frente a la contradicción de cualquier otro. Una contraproposición es suficiente para producir duda justo cuando aparentemente se sentía completamente convencido. Así, una característica del niño apareció, la cual ya habíamos encontrado durante un examen psicológico en un frente más general: huir de cualquier posible confrontación y evadir los conflictos a cualquier precio, refugiándose en una posición de dependencia y sumisión.

Nos pareció que esto bien podría tener un impacto en la relación de Gaël con el conocimiento matemático. En el área del conocimiento, hay, efectivamente, una actitud donde la dependencia ofrece el beneficio nada despreciable de una seguridad: el conocimiento siempre es el conocimiento de alguien más que uno sólo tiene que apropiarse; así, uno elimina el riesgo de ser cuestionado acerca de la verdad. No hay necesidad de explicar la razón por la que uno toma por verdad más que la invocación de la autoridad a la que uno se refiere. (Gaël dice "lo que me enseñaron", "lo que el maestro dice que tengo que hacer").

Pero el precio de esta actitud es una incapacidad para imaginar un proceso de construcción donde el conocimiento podría ser el resultado de una confrontación con la realidad, y en el cual el sujeto se convierte en el autor de su propio conocimiento. El conocimiento matemático así se arriesga a ser simplemente una actividad ritual de reproducción de modelos.

Las situaciones del tipo que los estudiantes normalmente encuentran en clase tienden a presentar ciertas características cerradas. Por ejemplo, el maestro plantea **una** pregunta y todos los estudiantes deben encontrar **la** respuesta --la misma-- para que en el momento en que un alumno públicamente produce la respuesta, todos los demás dejen de buscarla. Además, es el maestro quien pronuncia la solución correcta así que cada estudiante tiene sólo una oportunidad por problema para tratar de encontrar la solución. De esta forma, cada una de estas situaciones funciona como una prueba y el aprendizaje tiene que venir de otro lado –e.g. de la corrección y las explicaciones que la acompañan-- por medios distintos a intentar cosas y observar los efectos de las propias decisiones. Al final, y parcialmente en consecuencia, con frecuencia el niño no puede imaginar la solución a menos que ya tenga una representación de la situación que le permita traer a presencia los objetos cognitivos en cuestión. Adicionalmente, la verificación de la validez de la respuesta y las explicaciones del maestro recurren a esta misma representación, del conocimiento ya logrado que produjo la respuesta.

Dicho de otra manera, esta situación de aprendizaje no da oportunidad para intentar decidir o para tomar una decisión –y por tanto para aprender-- excepto para quienes ya saben la mayor parte. En estas situaciones, el estudiante sólo puede adquirir la representación correcta de la situación haciendo la conexión entre pruebas similares mediante una especie de refuerzo por asociación.

Las situaciones de este tipo no son útiles para hacer que estudiantes como Gaël modifiquen su relación ya sea con los datos del problema o con los objetos de conocimiento.

Para aumentar y enriquecer la relación de un estudiante con la situación, un procedimiento clásico consiste en pedirles que representan --dibujen-- los elementos involucrados. Esto es lo que se realizó en esta sesión, y se hizo evidente que para hacer el dibujo correcto se requería exactamente la representación que el estudiante no tenía. Parece razonablemente claro que aunque esta esquematización quizás puede producir progreso en una representación existente, ciertamente no puede crear una.

Al contrario, la repetición de situaciones-problema, que el maestro espera sean la clave para la comprensión, tiende a poner al estudiante en una situación de ligera ansiedad y espera pasiva, donde las actividades tienen un carácter ritual y casi mágico. Esta reacción es visible a través de la primera sesión: "Voy a hacer lo que el maestro me enseñó...; cuando suma recita cuidadosamente "pongo esto aquí, llevo esto, ...la columna de las decenas..." y marca cada paso.

Sus representaciones son más o menos parecidas a la realidad, y trata de dibujar cosas que realmente parezcan autos. Pero el hecho de que se mantenga muy cerca de lo concreto, lejos de producir el significado requerido para la operación, parece que el niño lo toma como una manera de mantener su distancia de cualquier razonamiento acerca de los objetos.

Cuando el tutor le pregunta: “¿has dibujado los rojos?” él contesta “no, sólo los negros”, y es verdad que no ha dibujado los rojos (en rojo). Él se concentra en su dibujo sin hacerle jugar el papel de una representación para examinar la información del enunciado del problema. Y cuando se le pide colorear sobre las marcas para representar los autos rojos con un lápiz de color rojo él olvida cuántas había y el tutor tiene que detenerlo en 25. En general, los números son de importancia muy secundaria para él. Él dice 50 y cuenta 31, luego 33, luego lo olvida ... y admite sus errores con gracia y desapego.

Un acercamiento clásico al tratar con niños con problemas consiste en identificar los errores que cometen y, si se repiten, se interpretan como anomalías en el desarrollo del niño, o como vacíos en sus adquisiciones que necesitan remediarse porque "van a hacer que el niño sea incapaz de progresar en matemáticas".

Por ejemplo, observamos que Gaël frecuentemente escribió para 5, o 12 para 21 lo cual podría interpretarse como una falta de **estructura espacial** o hasta un problema con la percepción **espacio-temporal**. Asimismo, las dificultades de Gaël para conectar su dibujo con el texto del problema puede clasificarse como un mal funcionamiento de la **función simbólica**.

Este análisis clásico conduce a una búsqueda de remedios en la forma de ejercicios "del mismo tipo" en el sentido de esas funciones: ejercicios de estructura espacial, etc. Esto está en el otro extremo de lo que el maestro busca, lo cual es (para los ejercicios "del mismo tipo” en el sentido del mismo tema matemático abordado desde el mismo punto de vista didáctico): escribir números, dictar números, problemas de sustracción, etc. En este sentido, el primero parece terapéutico con respecto al segundo. El enfoque que estamos probando aquí es muy diferente: es cuestión de trabajar al nivel de las situaciones de aprendizaje y manipular sus características a fin de obtener los cambios deseados de actitud. Para ello usaremos una "teoría de situaciones" que discutimos en otro lado. Esta teoría estudia, como su principal objeto, las condiciones del milieu que hacen necesario y plausible el comportamiento de los sujetos y la manifestación de su conocimiento.

La relación de Gaël con el conocimiento –al menos con el conocimiento relacionado al aula-- es estrictamente superficial. Su hábito de evitar problemas y mantener su distancia conducen a acciones estereotipadas de una naturaleza puramente "didáctica" –esto es, centrada completamente en la relación con el maestro sin movilizar los esquemas de asimilación que, para ello, él tiene a su disposición. Gaël se acomoda a un conjunto de relaciones institucionalizadas que por su parte sólo requieren rituales que no lo involucran a él en lo absoluto. De esta manera, parece posible que toda la actitud de Gaël durante esta primera sesión sea la consecuencia de un acuerdo entre la situación didáctica habitual en la clase como él la percibe y su relación defensiva con el conocimiento de la cual hablamos antes.

Uno no puede mantener la opinión de que la situación didáctica que Gaël encuentra habitualmente es la única causa de sus fracasos en matemáticas. Si así fuera, ¿por qué otros niños, no mejor armados que él en el aspecto cognitivo, tienen éxito? Todo lo que podemos pensar es que encuentra conveniente esta situación pues le permite librarse del esfuerzo de construir conocimiento. Y con mayor razón puede librarse de ello gracias a su manera de tratar con adultos --su propia y particular actitud social caracterizada por su dulzura y sumisión, lo cual desactiva toda crítica y lo protege de cualquier forma de conflicto con el maestro.

¿Por qué esta actitud es la causa de su fracaso? Porque si las situaciones didácticas habituales le permiten aprender en las condiciones cerradas que describimos arriba, es porque el debate sobre el conocimiento es reemplazado por otro tipo de debate –uno que se ocupa del estudiante aprendiendo. Aprender mal, ignorar cosas y cometer errores, son formas de enredarse con la voluntad del maestro, de estar en conflicto con él. De ahí en fuera, el estudiante sólo puede librarse del conflicto, y de todas las dificultades resultantes, construyendo algo que reemplazará al conocimiento y al aprendizaje.

Y Gaël, diríamos, se libra de este debate en la medida en que puede neutralizar todo conflicto mediante una ausencia total de agresividad. En el debate centrado en el estudiante, el conflicto se autorefuerza: las llamadas de atención del maestro generan una respuesta habitual de agresividad del estudiante, que a su vez alimenta la agresividad del maestro, etc., y el sujeto no tiene salida excepto el producir los resultados esperados. Gaël, por su parte, no se une a este juego. Su actitud profundamente sumisa desarma toda hostilidad ("él siempre está dispuesto a admitir sus errores y realmente se siente apenado" dice el maestro.)

1.5 Proyectos para la siguiente sesión

El conjunto de análisis que hemos podido hacer nos conduce a reflexionar sobre cómo vamos a manejar la segunda sesión. El asunto esencial será introducir una ruptura en las concepciones de Gael sobre lo que es una situación didáctic, ofreciéndole una situación que requerirá de él anticipación, predicción y asumir su responsabilidad. Es decir, una situación orientada a que él ponga en estado de sitio (en el sentido de un ejército de ocupación) el objeto de conocimiento. Para hacer eso, vamos a quedarnos en el mismo tema matemático y a proponerle lo que llamamos una situación de acción.

Sólo si se vuelve aparente que Gaël no puede entrar en este tipo de relación con el conocimiento entonces buscaremos otras maneras de intervenir.

1.6 Comentario: Topaze y el estudiante obstinado

Para poner a disposición del lector un cierto número de conceptos didácticos, vamos a comenzar con un comentario --posiblemente un poco pesado-- de un famoso ejemplo de una situación de enseñanza: la primera escena de la obra teatral de Marcel Pagnol, "Topaze".

[Nota de V.Warfild: para evitar poner en riesgo el excelente comentario de Brousseau, hemos decidido traducir el pasaje palabra por palabra. Por lo tanto, el lector requiere la siguiente información: en francés las palabras cordero ("mouton") y corderos ("moutons") se pronuncian igual, así como las palabras estaba ("était") and estaban ("étaient")]

Topaze *está dictando mientras camina por el salón:*

"Algunos corderos ... algunos corderos ... estaban seguros en un parque ... en un parque". [Se inclina sobre el hombro de un alumno y empieza de nuevo.] "Algunos corderos ... algunos corderossss... El alumno levanta la vista, asustado. "Vea aquí, mi amigo, esfuércese. Estoy diciendo corderossssss." "Estabannnnn" repite con gran delicadeza "estabannnn; eso significa que no había un solo cordero; eran varios corderossss". El estudiante lo mira, perdido.

En esta irónica y conmovedora escena, Pagnol resalta, casi con crueldad, varias características comunes de este tipo de situación.

El maestro quiere obtener un cierto comportamiento de su estudiante --la ortografía correcta de la palabra "corderos" en un dictado. Este comportamiento significaría que el estudiante ha interpretado correctamente una situación --en este caso, el enunciado--, que ha reconocido un problema, al menos implícitamente --¿tiene la palabra corderos una s o no?-- y que él lo ha resuelto al aplicar un pedazo de conocimiento, posiblemente uno práctico --en este caso, la regla para pluralizar sustantivos.

Pero en este ejemplo, el estudiante no soluciona el problema ortográfico que le ha sido planteado, y Topaze no puede resignarse a aceptar la situación. El problema es que el comportamiento esperado no sólo proporciona un fragmento de información acerca del estado del estudiante, sino también el asunto sobre el que basa el resto de la actividad del maestro.

Los errores en el texto producido son demasiado numerosos y triviales, lo que imposibilita basar cualquier "lección" razonable en eso. Para el maestro, este error subordinado necesita eliminarse de inmediato. Pero él no puede resolverlo por sí mismo para darle al estudiante la respuesta correcta ni para presionarlo explícitamente (por ejemplo dándole un aviso como "¡ponga atención!") Por consiguiente él transforma la prueba ortográfica en una mini-situación de aprendizaje. ¿Y qué hace? Él intenta conseguir el mismo comportamiento pero cambiando el problema. Su segunda lectura cambia completamente la situación --un estudiante consciente del dilema: "¿singular o plural?" habría encontrado la respuesta solucionando un problema simple de fonética. Obviamente, su comportamiento entonces no tendría ni el mismo significado ni el mismo valor.

Desafortunadamente, el estudiante no entra a nuevo este juego. Él enfatiza, por su aire alarmado, que no entiende por qué su maestro se expresa de una manera tan extravagante. Y Topaze se obliga a explicar su treta y a justificarse: "Un cordero ... varios corderosss". Él simultáneamente provee la opción abierta entre las respuestas posibles --i.e. los contenidos de una lección indudablemente reproducidos cientos de veces-- y la solución en el caso actual. El estudiante finalmente registra al mismo tiempo el problema y su solución. Él se ha contentado con identificar el deseo del maestro a través del velo transparente de un disfraz didáctico.

Podemos ver así cómo Topaze propone una secuencia de situaciones todas tratando de producir el mismo comportamiento, pero dándole significados completamente diferentes, los cuales son cada vez menos ricos, y cuestan al estudiante cada vez menos en esfuerzo y conocimiento. Es un tipo de negociación: Topaze intenta conseguir el comportamiento del estudiante "al mejor precio", es decir, con la situación que tendrá el mayor significado para el estudiante, y todo muestra que el estudiante está contento de esperar hasta que Topaze le propone el contrato que requiere el mínimo esfuerzo.

En estas condiciones, ¿en qué pudo consistir el aprendizaje esperado? El maestro termina escogiendo una situación que le permite al sistema de conocimiento del estudiante proveer la respuesta deseada. El comportamiento correcto puede ser producido por el repertorio que él ya ha adquirido, pero que no tiene nada que ver con el conocimiento nuevo que era la meta. La esperanza de que el aprendizaje ocurrirá con esta estrategia se basa en la creencia de que la repetición de preguntas relevantes asociadas con respuestas que son correctas --pero obtenidas con conocimiento inadecuado-- causarán que el conocimiento correcto surja. Esto es imposible aún si la escala de las preguntas de dificultad decreciente planteadas al estudiante sea graduada y frecuentemente repetida. Entre un repertorio inadecuado y un repertorio adecuado hay un salto que consiste exactamente en el conocimiento a ser adquirido.

EL CASO DE GAEL: SEGUNDA SESIÓN

2.1 Sesión y observaciones

El tutor le presenta a Gaël la meta de la sesión: enseñarle las cosas que él no supo cómo hacer la última vez, las cuales un niño de su edad debería poder hacer, y que muy pronto él también sabrá hacer. Pero esta enseñanza tomará la forma de un juego.

Este prólogo no tiene ningún impacto. Aparentemente la palabra "juego" se usa frecuentemente para introducir ejercicios simples.

Los materiales constan de círculos y triángulos, grandes y pequeños. El tutor hace que Gaël cuente el número de piezas, de las cuales hay 52, y le pide que escriba el número en una hoja de papel. Después, para asegurarse de que realmente que hay 52 piezas, el tutor las vuelve a contar, señalando que está usando pilas de diez: una pila de 26 triángulos, luego una pila de 10 círculos (=36), luego otra (= 46), luego una pila de 6 círculos: total 52 piezas.

Una vez que las piezas se cuentan, se ponen en una bolsa que se cierra, y el juego consiste en acordarse de lo que había en la bolsa.

El tutor le pregunta al niño si él sabe qué había, a lo cual contesta: "triángulos", luego vacila y agrega: "cuadrados" (no había ninguno)... "círculos". Luego a solicitud del tutor él dibuja

△ □ ○

"¿Contamos cuántas piezas?" Le pregunta al tutor.

"26"

"¿26?"

"No, 52"

¿De qué conté 26?

Gaël ya no recuerda. Piensa mucho tiempo, pero tienen que recordarle que eran triángulos.

Después el tutor explica que van a jugar un juego de adivinanzas:

"¿Qué piensas que voy a preguntarte?

"¿Cuántas círculos hay?"

"¿Recuerdas cuántos había"?

"No"

"Entonces podemos ver la bolsa si no sabes. Pero antes de que los saquemos y los veamos, tenemos que hacer una apuesta. ¿Sabes lo que eso significa?"

Gaël dice que él algunas veces apuesta un franco a su padre que él será el primero en alcanzar el fondo de la piscina.

El juego, entonces, consiste en apostar cuántos círculos hay y en escribir el número. Si la verificación confirma ese número, se gana la apuesta.

Primera apuesta: Gaël dice que hay 10 círculos.

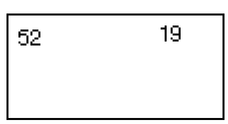
Verificación: Hay 26. Gaël sonríe y está de acuerdo con el tutor en que perdió su apuesta.

Al comenzar con esta primera ronda, y esto se confirmará en las siguientes rondas, se nota que el número 10 juega un papel especial para Gaël. Pues ha registrado el hecho que el tutor acomodó las piezas en un montón de 10, y esto quizás pudo haber contribuido a su primera elección, pero como veremos más adelante, ésta no es la única razón.

El tutor propone que de ahora en adelante la apuesta será para un caramelo. Gaël sonríe.

Después de este primer fracaso, deciden comenzar de nuevo. Pero Gaël ya ha olvidado el objetivo de la sesión y ya no recuerda lo que contaron primero y cree que fueron sólo los círculos. Por consiguiente, el tutor le pide que escriba otra vez el número de piezas --52. Luego hace que cuente los círculos rojos grandes: 19. Verifica otra vez lo anterior haciendo una pila de 10 y una pila de 9, luego meten todo en la bolsa y la cierran.

Gaël escribe sobre su hoja de papel:



"¿Qué necesitamos hacer?", el tutor pregunta.

"Encontrar cuántos triángulos hay."

" Sí. ¿Y había cuadrados?"

" No. Solamente triángulos y círculos."

Cuando el niño dijo la primera vez que hubo cuadrados, él probablemente hablaba al azar, sin haber inspeccionado las diferentes piezas, ocupado como estaba con el conteo, y teniendo problemas para distanciarse lo suficiente como para pensar en lo que contaba.)

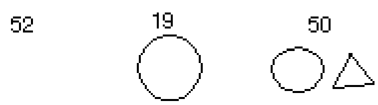
En todo caso, esta primera escena confirma la dificultad de Gaël para seguirle la pista a los datos, e incluso a la tarea en curso.

Esta vez, la tarea es encontrar cuántas piezas no son "círculos grandes", es decir, tanto el número de círculos pequeños como de triángulos.

Gaël piensa un poco: "Triángulos ... había montones de ellos" y hace una suposición aleatoria de 50.

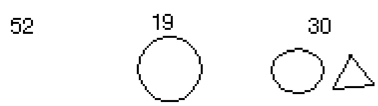
Él escribe 52 19 50

El tutor lo obliga a confirmar que es un asunto de contar triángulos y círculos pequeños y dibuja abajo los números de las cosas que representan según Gaël:



Luego resume la situación diciendo que hay 50 de un lado y que si los círculos grandes se agregan habrá 52, y le pregunta si quiere apegarse a su apuesta. Gaël se retracta, porque observa que para llegar de 50 a 52 no habría muchos círculos grandes, "sólo hay 2”.

Corrige su elección y anuncia 30, luego escribe



Para asegurarse, saca los objetos de la bolsa, cuenta que hay 33 y exclama: “¡estuve realmente cerca!”

Es importante comentar que aún está al nivel de prueba y error, y cada vez prueba su suerte, pero poco a poco comienzan a aparecer esfuerzos de razonamiento.

Aquí, ciertamente, el tutor, sacando partido de las circunstancias favorables, introdujo un método fundamental para verificar los valores adivinados y así provocar una contradicción entre lo que el niño predijo y lo que él observó y un primer paso en hacerse cargo de la situación. Se corrió el riesgo de que esta alentadora neutralidad regresara a Gaël a su dependencia del adulto y buscar así sus respuestas en las preguntas del adulto. Pero esta observación se hizo en la forma de un resumen de lo que Gaël había dicho y hecho --un resumen que el adulto dirigió a sí mismo, sin siquiera preguntar nada. La observación fue tan clara para el niño que no notó ninguna intención dirigida hacia él. El tutor fue cuidadoso en aceptar la siguiente propuesta sin hacer comentario.

"Eso está mejor", dice el tutor, "pero todavía no has ganado. ¿Jugamos otra vez?”

Gaël acepta --uno podría decir que a él realmente le gustaría ganar. Otra vez escribe 52, cuenta los círculos pequeños (7) y pone <u>todas</u> las piezas en la bolsa y supone que va a adivinar el número de piezas que no son cìrculos pequeños.

Piensa en voz alta: "Hay 52... ya que hay 7 círculos pequeños...". Se ríe porque está tratando de sumarle 7 a algo para obtener 52 y siente que está en el camino correcto. Escribe 42 (nótese que esto es 52 - 10) y hace la apuesta. Pero primero se asegura usando sus dedos para sumar 42 + 7, observa su error, tacha 42, escribe 49 (el número al que llegó más recientemente --42 + 7). No puede continuar y hace la apuesta.

Se sacan todas las piezas de la bolsa, el tutor le pide acomodarlos en pilas de diez, y hay 45 (que no son los círculos pequeños). Gaël tacha 49 y pone 45, lo cual da 52 7 ~~42 49~~ 45

El tutor comenta: “hay un truco pero hay que encontrarlo". Por primera vez, el tutor señala que los resultados esperados son determinados por los datos.

De repente, el número de datos a los que Gaël pone atención aumentó mucho, y sólo él sólo puede manejar el ciclo una vez: elección, verificación anticipatoria, rechazo, nueva elección. La apuesta es un período en que la tensión baja --un momento agradable para pretender que se piensa, vacila un poco, luego se decide y solemnemente estrecha la mano del tutor. Luego un poquito de emoción ligeramente febril cuando la bolsa se abre, se hace la cuenta, el número resultante se compara con la predicción, mientras el tutor se queda mirando dudosamente con el ceño fruncido, simultáneamente apenado, alentador y cómicamente impotente. Las apuestas tienen que permanecer razonablemente densas para mantener el placer del niño --ellas son la verdadera fuente de gratificación.

La cuarta apuesta otra vez tiene un premio de una barra del caramelo (hipotética). Esta vez los triángulos pequeños se cuentan (13) pero se colocan en otra bolsa, en la cual también se pone la bolsa con las otras piezas.

Como antes, Gaël habla entre dientes mientras calcula: "52 ahí, 13 ahí". Cuenta sus dedos, se detiene en 10, luego elige de nuevo y dice "42". Pero después de un largo recuento corrige a "41"

Para verificarlo, el tutor vacía la primera bolsa --pone los 13 triángulos en la mesa y pone la otra bolsa cerrada al lado.

"Si has ganado", le dice "habrá 41 allí (señalando la otra bolsa) y contando todas las piezas habrá...?

"52"

Comenzando con 41, Gaël cuenta los 13 triángulos pequeños: "42, 43, ..." y obtiene 54.

Ya que la bolsa no ha sido abierta, todavía tiene derecho de cambiar su apuesta, y el tutor lo deja buscar.

Gaël había olvidado el método de verificación (o posiblemente estaba tratando de contar hacia atrás, lo cual requiere contar lo que se está restando así como el resultado: 1 - 51, 2 - 50, 3 - 49, --pero eso es improbable.)

El tutor sugirió, otra vez oportunamente, el método de verificación y lo ayudó a ponerlo a funcionar, pero Gaël no tomó esto como un conjunto nuevo de instrucciones, porque pudo pensar en el método ya convenido y, en ese momento, su problema principal era contar correctamente y tener una estrategia para escoger los números a probar.

Gaël sonríe, parece recordar algo y cuenta con sus dedos del 13 al 52.

Pero en el transcurso de la cuenta se detiene porque ha perdido el hilo de cuántos ha contado e intenta otro método:

“¡Oh! Hay 13 allí. Quito 10 y quedan 3 y en la otra hay ... 45 ... hay 52. Quito 10, deja 40 ... 5. ¡45!” (42 + 3, ¿tal vez?)

“¡Vamos a comprobarlo!” Otra vez el número resulta estar mal y el tutor sugiere probar otro número. Escoge 40, suma 13 (contando todos los triángulos de uno por uno) y ve que está tan cerca de la meta que exclama: “¡Ajá! ¡Ya tengo una prueba!” ¿Pero cuál?

Enseguida prueba 31, el tutor escribe todos los números que no sirven, y al lado de ellos el resultado de sumar 13, dando sucesivamente:

~~41~~ 54

~~40~~ 53

~~31~~ 44

~~43~~ 56

~~33~~ 46

~~42~~ 55

~~34~~ 47

Ahora el método de verificación está funcionando realmente. El hecho de haber sido capaz de contar los objetos en la parte conocida ha diferenciado las funciones de los tres números: el número de la solución –por el que se está apostando, y desde donde la cuenta empieza--, el número de objetos en la parte conocida que deben ser contados (en vez de sumados), y el número total de objetos que es el número final al que la cuenta debe llegar. Es incierto que este algoritmo haya sido adquirido como una solución general para problemas de sustracción, pero será útil en explorar relaciones invariantes bajo traslación y de allí permitirá un acercamiento al método de solución y a ordenar varios problemas en numeración y la estructura primaria de los números naturales. Sobre todo, permite sitiar los términos de la relación que debe ser entendida.

Observemos la estrategia. Todo habría resultado muy bien si Gaël tuviera completamente controlado el conteo hacia atrás (o la sustracción de 1), porque él comenzó con 41 que da un resultado demasiado grande. Él prueba otro método --uno correcto-- que no lo tiene bajo control por ahora y prueba con 45, lo cual lo pone más allá de la meta, así es que corrige y prueba con 40 (el único número menor que 41 que fácilmente puede detectar que es cercano a 41 y más pequeño que 41). Parece razonable pensar que está usando un principio de corrección: "Si un número más grande me aleja, entonces un número más pequeño me pondrá más cerca" lo cual implica que asume como premisa que la aplicación es monótona. Y 40 produce un resultado emocionante: él realmente está cerca. Parece razonable pensar que para Gaël el resultado confirma la validez de su intuición --"la prueba"-- y además que él tiene que quitarle 1 al 40. Lo cual implicaría que se da cuenta que una corrección de 1 en la elección cambia el total por 1 en la misma dirección. El teorema funcionará para 2 en sólo un momento. Probablemente no le funcionaría para 8 o 10. Pero Gaël no sabe cómo encontrar el número precedente a 40 –resta 10 y suma una unidad: 31 --fracaso. Regresa a la estrategia anterior: acotar. Gaël incrementa los números más bajos --31..33...34-- y disminuye los más altos --43... 42... Aún cuando los números superiores están arriba de 40 ésto podría funcionar... ¿A dónde ha llegado?

Exitosamente, esta vez él usa el teorema de conservación de diferencias en una traducción numérica (la diferencia entre los dos resultados totales es igual a la diferencia entre los números probados.) Pero sólo tiene éxito porque no tiene que pasar por un múltiplo de diez.

El primer éxito del ejercicio se celebra como debería ser con una charla libre, en el curso de la cual Gaël anuncia que a él le gustaría jugar otra vez el juego de la bolsa y aprender a encontrar el número --calcularlo. El tutor le pregunta "¿de inmediato?" y Gaël dice "sí". "Entonces con números pequeños porque estás cansado.”

Hay 7 piezas, algunas de ellas son triángulos y otras rectángulos. Gaël cuenta 3 triángulos y mete todo en la bolsa.

"¿Cuántos rectángulos hay?”, le pregunta al tutor.

"7"

" No. 7 en total..."

"¿Cuántos rectángulos hay? ¡Hay 3! " , Gaël declara.

"¿Quieres apostar?”

Gaël vacila, piensa un poco.

"Los puedes dibujar para resolverlo..."

Él dibuja 3 triángulos. Luego, antes de dibujar los rectángulos, dice "cuatro".

El tutor le pide que los dibuje, pero ya no puede recordar la forma, y tiene que sentirlos a través de la bolsa para recordarlo. Él los vuelve a contar después de hacer los rectángulos.

Este último episodio en la observación es importante, porque muestra que las dificultades de Gaël en asociar un número con lo que representa se acentúan con la fatiga. Observó los diferentes tipos de objetos y los contó, pero parece toparse con una barrera al pasar de una noción a otra. En gran medida es este laborioso pasaje el que causa sus dudas: a menudo se queda atorado en la parte de la clasificación, luego, cuando encuentra la forma de contarlos, ya no sabe cuál fue su punto de partida.

Una fuente de dificultades puede ser la proximidad de los números --aquí 3 y 4. Así tuvimos cuidado en preparar los materiales de la sesión para incluir números cardinales de distintos tamaños: 45 - 7, luego 39 - 13 (excepto que para la fase inicial tuvimos 26 - 26, y ese fue un error).

2.2 Observaciones de las dificultades de Gaël

Esta sesión resaltó ciertas dificultades de Gaël con la numeración: la dificultad de asignar de manera duradera un cardinal a una colección y dificultad al manejar varios números al mismo tiempo, especialmente si son invisibles, pero incluso si no lo son.

En la numeración, también la dificultad con el "papel privilegiado" del número 10, que surge de pronto con frecuencia e inadecuadamente, como un número fetiche. Sobre este tema uno puede hacer el siguiente comentario: el papel privilegiado jugado por el número 10 en la numeración, en el cálculo de sumas con el acarreo o en las diferencias con el pedir prestado o en la multiplicación, debe parecer esencialmente mágico a un niño que no está familiarizado con esas operaciones.

La dificultad en lograr pasar a los múltiplos de 10 al contar hacia atrás y, así, en ordenar los nombres de los números.

Obviamente, también observamos algunas otras dificultades, como por ejemplo lo naturalidad con que a veces puede sostener su atención, pero no tenemos la intención de discutirlas aquí.

2.3 Efectos de la sesión

¿Somos capaces ahora de contestar algunas de las preguntas que nos hicimos antes de la sesión?

Para empezar, parece perfectamente claro que Gaël es completamente capaz de entrar en una situación de acción. Él aceptó progresivamente las reglas del juego, que consistió de hacerse cargo de un objetivo y de los medios de asegurarse por sí mismo si se había logrado, de aventurar soluciones y de cotejarlas contra el estado del milieu. Él emprendió progresivamente la búsqueda de una buena respuesta, denegando contradicciones y soluciones inadecuadas por sí mismo. Él disfrutó el juego de predecir y verificar aun cuando él no ganó.

Él se involucró voluntariamente al tomar la ruta de la anticipación. Este último punto tiene mucha importancia por más de una razón

La anticipación es el primer paso hacia la creación de una teoría y el pasaje hacia una base experimental: el sujeto se entrega al modo procedimental, con sólo interacciones directas con el milieu, y al método de prueba y error, y se matiene a distancia de sus acciones. Esta actitud reflexiva lo conduce a un modo declarativo.

La anticipación descansa en la existencia de al menos un modelo implícito, verdadero o falso, en el cual se basa y lsu valicez puede ser puesta a prueba. Aquí el modelo es la relación: número conocido+número intentado = 52. Y a Gaël le parece lo suficientemente seguro como para permitirle una simulación rápida del experimento (no lo puso nunca en cuestión, al menos con respecto a su validez.)

Es interesante reparar en que Gaël ciertamente dominó con maestría los pasos de anticipación: quisimos interesarlo en la naturaleza material de los datos del enunciado del problema; produjimos las colecciones en cuestión con una ceremonia bizarra y cautivante, con la finalidad de aumentar el peso afectivo, perceptivo y sensorial de la búsqueda de una solución. Ahora bien, concentrarse en la aplicación es de cierta forma antagónico a concentrarse en la acción, en el sentido que supone al menos una refutación provisional. Aquí, Gaël debe renunciar a los placeres de la acción, la decisión, la apuesta, el juego, para reemplazarlos por cálculos y simulaciones. Pero en todo caso, debería ser subrayado que la anticipación hereda hasta cierto punto la motivación asociada con la situación que simula. Gaël experimenta con sus predicciones, con el pequeño temblor de placer que evoca el que siente en el momento de la apuesta.

Finalmente, la consideración sucesiva de varias predicciones posibles en el transcurso de una sola apuesta, y el hecho de escribirlas le permite el examen al mismo tiempo de elecciones diversas y consecuentemente la elección de una estrategia basada en la estructura de este universo de posibilidades.

El pasaje de una predicción "contingente" (donde el sujeto no imagina la situación como poseedora de ninguna otra cosa que la visualizada) a una predicción de posibilidades es un paso indispensable hacia el surgimiento de una "predicción" de lo necesario, donde el asunto es predicho eligiendo entre varias posibilidades, por razones de lógica o matemáticas o algo diferente pero teórico.

Gaël es así capaz de entrar en todas estas fases de la dialéctica de la acción, de producir y comprobar modelos implícitos, aun cuando, como veremos abajo, la eficacia está todavía un poco débil. Él probablemente logró esta actividad naturalmente, lo cual explicaría el desarrollo normal que se observó él tuvo. Sus actitudes estereotipadas que se pueden observar en la clase y su tendencia para ir en busca de respuestas fáciles interpretando las sugerencias del adulto son así un efecto de su manera de usar la situación didáctica.

Pudimos ver aquí que esta situación no es ineludible. La elección de una situación apropiada ciertamente produjo la ruptura que habíamos pensado, con los esfuerzos previstos. Seguramente, esta ruptura "accidental" aún no ha cambiado ni a Gaël, ni a su relación con el conocimiento. Fue en parte obtenida haciendo uso de su falla principal: el deseo de seducir al adulto y mantener relaciones afectivas y juguetonas con él. Este juego con el conocimiento necesita ser regularmente instalado y persistir en las circunstancias didácticas comunes. De hecho, no hay razón para pedir al maestro de Gaël que modifique sus métodos pedagógicos los cuales le funcionan con muchos otros estudiantes y que sin duda ofrecen muchas ocasiones similares que Gaël simplemente no capta.

2.4 Proyectos

Lo que debemos hacer así es estudiar los medios de enganchar a Gaël en esa ruta y de darle el gusto y los medios de ver su aprendizaje.

Hay también mucho por hacer para obligarlo a dominar con maestría situaciones de sustracción y darles algún sentido.

Gaël no tiene problema de ningún tipo para visualizar los conjuntos de objetos que se le presentan. Él logra con facilidad aislar los triángulos y los "no triángulos" y los incluye en la colección de inicio, sea que los "no triángulos" tengan o no una propiedad común clara (cuadrados y círculos ...)

Uno podría suponer que bastaría para él asociar a estas operaciones de conjuntos las correspondientes operaciones numéricas de adición y sustracción, inversas una de la otra.

Ciertos métodos didácticos consisten así en ilustrar uno u otro caso mediante un conjunto de ejemplos y problemas, suficiente como para sugerir el campo de operación de cada uno. En esos métodos los procedimientos de cálculo, el modelo implícito y la teoría nunca cambian en el transcurso de aprendizaje; es cuestión de **asociar** una estructura matemática ya hecha con algunas situaciones asumidas como comprendidas o comprensibles y son estas situaciones las que constituyen el significado de las operaciones matemáticas.

Esos métodos se basan en concepciones de significancia y aprendizaje que son ya bastante viejas y muy discutidas... Con una gran simplificación, pueden ser resumidos como sigue:

El conjunto de realizaciones de una parcela de conocimiento o de teoría, es decir, las situaciones objetivas en las cuales resultan válidas, constituyen su significado. Dotar de un significado a una estructura significa encontrar algunas aplicaciones para ella –lugares donde pueda ser usada.

Una pieza de conocimiento teórico, a ser aprendida, debe estar constituida de conocimiento ya sabido y por un discurso o por medios lógicos (o matemáticos o científicos o racionales, ...) que sean ya conocidos, o de hecho "aprendidos" directamente listos para usar (en el sentido de aprenderlos de memoria), por ejemplo un algoritmo. Dar un significado en este último caso equivale a hacer que corresponda a problemas o situaciones donde se realiza, es decir, donde los objetos de los que habla están presentes o las relaciones que prevé son verdaderas. La enseñanza consistirá de producir condiciones para asociar las dos después de que una o la otra ha sido memorizada.

Generalmente, en gran número de casos el proceso de aprender guía de regreso hacia el condicionamiento, aun cuando sus justificaciones son diversas: ya sea que uno inicie con la teoría y busque sus aplicaciones o inicie con sus casos y espere producir una abstracción para la estructura o ambos.

Esta asociación no funciona muy bien, porque la interpretación de la situación no se produce, a menos que el esquema teórico completo sea conocido e, inversamente, la teoría no puede ser bien entendida si no tiene ni justificación ni una función explicativa o descriptiva. La milagrosa y ahistórica adaptación de la teoría a las prácticas esperadas es un obstáculo para el aprendizaje parcial. La teoría debe ser aprendida en su forma definitiva y correcta, adaptada a ejemplos complejos y avanzados y en los cuales debe ser aplicada. Lo mejor que uno puede hacer es picar en trocitos la teoría y buscar situaciones simplificadas donde estos pedacitos cobren por sí mismos el valor de teoría o de aplicación... siempre una perfectamente adaptada. Pero si uno pica en trocitos o no, siempre llega a necesitar la asociación de dos pedazos de conocimiento que ya han sido aprendidos o constituidos independientemente uno del otro.

Para paliar las dificultades de aprender esta relación (inmotivada para el estudiante y reposando totalmente en una decisión didáctica) el maestro puede afinar el método introduciendo ilustraciones (manipulaciones, esquemas, discursos mnemotécnicos) diseñado para hacer énfasis sobre la asociación, pero no produciendo avance alguno en ninguna de las otras dos.

Aquí, uno "pudo enseñar" a Gaël los elementos de los que carece: hacer un plan, identificar en una situación dada un plan apropiado, solidificar la sustracción mediante la repetición de manipulaciones y la asociación de un discurso apropiado: " los tomo, los reagrupo,..."

Per, por otra parte, lo que estamos tratando de hacer aquí es lograr que Gaël construya y aprenda una teoría usando un proceso diferente, uno que es histórico.

Vamos a considerar un componente diferente del significado de sustracción.

Por ejemplo, para quitar 5 de 57 uno puede contar hacia atrás, posiblemente contando con los dedos para parar en cinco: 56 55 54 53 52

1 2 3 4 5

Con seguridad, es más complicado como procedimiento, pero el niño puede mantener una conexión estrecha entre los representantes de los números y los nombres de los números que son contados. Es así más económico (o más primitivo en lo que se refiere al conocimiento teórico). En todo caso, es impracticable si se trata de sustraer 39 de 57.

Uno puede sostener en el frente teórico que si a+ b= c, entonces es lógicamente equivalente quitar a o b de c, pero claramente no es verdad en el caso presente: para quitar 52 de 57 sería necesario "inventar" otro sistema y contar desde 52 hasta 57 contando con los dedos o de otra manera los elementos ausentes: 52 53 54 55 56 57

1 2 3 4 5

Es bien sabido que, en el momento que los objetos ya no están físicamente presentes, este método se derrumba porque el estudiante ya no sabe si "contar 1 con el 52 o con el 53”. Ciertamente en los métodos clásicos de enseñar, el maestro se aseguraba siempre de examinar "todos los significados" de las diferencias: lo que falta, lo que queda, lo que hay de más, o de menos,... etc., Pero siempre llanamente, como facetas del mismo pedazo de conocimiento, y sin preocuparse acerca de la adaptación de estos puntos de vista, ni acerca de su ubicación en una génesis de comunicación.

El método que Gaël usa aquí es diferente y está basado en un mejor conocimiento del conjunto ordenado de los números naturales y de sus órdenes de magnitud. Encontrar qué necesita ser añadido a 39 para obtener 57, consiste en tomar un número cercano al resultado en el cual los cálculos sean simples, por ejemplo 20, luego haciendo correcciones con la ayuda del teorema de la conservación de diferencias:

39 + 20 = 59, el cual es 2 más que 57, así es que es suficiente sumar 20 - 2 = 18. Este método es muy usado en el cálculo mental. Claramente no es un "método" para Gaël --no puede ponerse a usar lo en cualquier situación que surja, no es reconocido como tal e incluso no es un pedazo de conocimiento: Gaël no podría decir a su padre qué aprendió en la segunda sesión. Sería necesario todo un proceso para convertirlo en un objeto de conocimiento que fuese eficiente, conscienzudo y bien elaborado en el nivel teórico.

Y por todo ello, este método se tropieza con las viejas dificultades de Gaël con la numeración. Bien podríamos creer que aquí estamos viendo cómo un defecto en la adquisición de una antigua noción puede hacer imposible una actividad que es esencial para la adquisición de una nueva noción. Pero de hecho, no, no estamos en presencia de una situación real **del aprendizaje de la numeración**. Aunque Gaël tiene poca comprensión de la situación como una ocasión para aprender la sustracción (porque desconoce las intenciones didácticas del tutor y de su propósito didáctico), es claro para él que está viajando sobre la posibilidad de contar ciertos números (encontrando a un predecesor para 40). Eso es lo que lo detiene para establecer una estrategia eficaz. No hay duda de que cuando por algún otro medio él encuentre 39, esta respuesta va a tomar su lugar también como la respuesta a "¿cuál es el predecesor de 40?"

Sería posible “didactificar" esta parte del aprendizaje: reconoce la dificultad, recuerda los medios de superarla, re-explica, hace algunos ejercicios de contar hacia atrás, etc.

No vamos a hacerlo. Pero para señalar claramente el carácter didáctico de las dificultades de Gaël, arreglamos una secuencia corta de este tipo al final de la siguiente sesión.

Para regresar a un plan para el aprendizaje de sustracción, otras estrategias aparecen en otras condiciones (con otros números) pero con la misma situación básica:

Por ejemplo, de 39 a 40 - 1, de 40 para 50 - 10, 10 y 1 once y de 50 a 57; 11 y 7: 18. Este método, el más difundido para cálculos mentales, se basa también en el orden y la numeración decimal. Se hace más eficiente para diferencias mayores. El algoritmo estándar puede parecer un atajo para este procedimiento o el resultado de algún otro razonamiento. El aprenderlo puede ser organizado como una presentación frecuente de la misma situación didáctica donde la única cosa que cambia son ciertas condiciones que favorecen la constitución de estas estrategias. La posibilidad de reemplazar una por la otra les confiere una cierta equivalencia (desde el punto de vista del significado), la elección de una o la otra depende de su utilidad o su eficacia. Estas estrategias movilizan todos los esquemas fundamentales de sumas y diferencias. El orden de su aparición constituye una génesis (buena o mala) del concepto y le da un significado.

No evocaremos aquí los procesos de formulación, validación o institucionalización que permitirán la emergencia de la sustracción como una teoría a disposición del niño.

En la tercera sesión vamos a tomar la misma situación otra vez.

EL CASO DE GAEL: TERCERA SESIÓN

3.1 Sesión y observaciones

El tutor toma el juego de adivinanzas de la última sesión sin modificaciones: hay 56 piezas que Gaël cuenta y mete en una bolsa después de haber escrito el número en una hoja de papel. El tutor luego saca 10 círculos grandes del bolso, hace a Gaël contarlos, luego los mete en otro bolso al lado del primer bolso. La pregunta es cuántas piezas están en el interior del bolso.

Gaël piensa un poco, cuenta hasta diez y dice "¡5!" El tutor le muestra los 10 círculos, luego sacude el otro bolso y pregunta si él en realidad cree que allí dentro hay sólo cinco. Gaël sonríe, parpadea y niega con la cabeza, admite que se ha equivocado. De hecho, Gaël solamente ha reproducido su modo habitual de respuesta: él cuenta hasta 10 --comportamiento estereotipado-- entonces puesto que tiene que dar una respuesta, da a una al azar.

El tutor no acepta esta respuesta. En la clase, el maestro no puede hacer esta demanda un poco testaruda a cada estudiante para cada problema.

Gaël luego continua murmurando: " 56 ... luego allí son 10... (él Cuenta hasta 40), yo estoy en 40 y le quito 10, ... ¡eso hace 40 "! De hecho, él no ha cambiado de procedimientos, solamente ha dado un número más plausible para estar a la altura de las expectativas del adulto. El hecho de que el número a sustraer es diez, el número mágico, puede contribuir a este desarreglo.

El tutor luego le recuerda del principio de verificación de las declaraciones de la última sesión: " hacíamos una apuesta y verificábamos si estábamos en lo correcto"... sin decir, por supuesto qué operación fue usada. Mientras él hace eso, el niño, sonriendo, piensa, luego exclama: "¡46!"

Parece claro que él está seguro de su respuesta. Parece posible que el recordarle las condiciones de la situación le ha bastado para posibilitar la comprobación de su respuesta, y para producir una correcta. También parece posible que Gaël estuviese jugando un juego más sutil, lanzando respuestas provisionales para ganar tiempo para pensar, o incluso simular, su respuesta habitual y engañar así al instructor. En todo caso, esta escena demuestra la necesidad de Gaël de "decorar el silencio".

T: (Ligeramente sorprendido por la rapidez de la respuesta) ¿"por qué dices que eso hace 46"?

G: "Porque sé que usted toma 5 de 10 y eso hace 4 y deja 6, así que eso hace 46".

T: ¡"!!!"

Indudablemente la forma de traducir esta respuesta es: de 5 decenas sustraemos una (la fórmula hacia atrás), y eso deja 4. En 56 hay 5 decenas y 6 unidades: esas 6 unidades conjuntamente con las 4 decenas nos dan 46.

Aquí Gaël está directamente usando los recursos de la numeración para efectuar su sustracción mediante el sistema: $56 - 10 = (50 + 6) - 10 = (50 - 10) + 6 = 40 + 6 = 46$. Es verdad que en estas condiciones este método da un procedimiento más simple que el que habría sido necesario durante la sesión precedente: $52 - 7 = (50 + 2) - 7 = (50 + 2) - (2 + 5) = (50 + 2 - 2) + 5 = 50 - 5 = (40 + 10) - 5 = 40 + (10 - 5) = 45$. Y a pesar de eso, Gaël está ya teniendo problema formulando su solución.

Esta dificultad se manifiesta en la incapacidad para designar el orden de los números en su declaración y por la aparición de una inversión en una de las relaciones ("toma 5 de 10" en lugar de "toma una decena de cinco decenas"). Las cosas a menudo ocurren como si Gaël resolviera las relaciones en dos etapas: primero la relación binaria y el par en el cual opera, luego el ordenamiento del par. Asimismo, por ejemplo, en 21 él primero capta el par, luego el par ordenado (2,1); i.e. 2 "monos" y 1 "mona" luego, si es necesario, el orden 2 decenas y una unidad, i.e., 20 y 1.

Después de explicar su respuesta (46), Gaël se dispone a verificarlo. Pero primero el tutor pregunta si no es posible saber cuántas piezas están allí sin abrir el bolso. Gaël responde: "Oh, no. No hay forma de saberlo".

El tutor entonces le recuerda el método usado antes, cuando consideraron que el bolso tenía un cierto número de piezas y luego sumaron a este número el número de piezas sobre la mesa: si ningún error se había cometido, el número resultante era el número total de piezas. Gaël usa este método y se imagina que, de hecho, esta vez él no se ha equivocado. Para estar absolutamente seguro del resultado, van a vaciar el bolso y a contar todas las piezas, después de apostar, pero Gaël dice que él no está “absolutamente seguro” de ganar.

Cada uno cuenta una cierta cantidad de las piezas, con el tutor haciendo pilas de 10 piezas. En el momento en que entre los dos, han contado 40 piezas, Gaël se detiene y dice "oh, sé que he perdido". Pero el tutor lo alienta a continuar, y al final de la cuenta se da cuenta de que estaba en lo correcto.

Un observador podría asombrarse al notar que Gaël ha olvidado la cosa que constituía la clave –el mecanismo de anticipación de la sesión anterior. Pero sabemos que una de las dificultades de Gaël en las matemáticas proviene del hecho que no recuerda lo que hizo antes. Además, la sugerencia había sido hecha por el tutor y Gaël se contentó con apegarse a ella para cumplir con su proyecto de predicción de la manera más satisfactoria (para el tutor), mediante la sumisión al deseo del adulto. Éste, además, no había hecho nada para atraer la atención del niño hacia el procedimiento. En el contrato didáctico, para cada uno de ellos fue un medio, y no un conocimiento, el que tenía que "ser aprendido". Está así, en cierto modo, tratando de controlar la "innocuidad" de una sugerencia no institucionalizada. Si los medios de controlar hubieran sido "enseñados" habría habido el peligro de verlos usados como una manera sistemática de encontrar la respuesta, y aun en la forma mejor adaptada de adición con un hueco, habría sido una pena e indudablemente un fracaso para la creación del significado.

Pero por otra parte es claro que Gaël inmediatamente se va a sus asuntos de predecir, apostar y verificar. Para él, sería realmente decepcionante "que usted pueda saber por adelantado". Aun la prueba es dudosa y Gaël pende de su suspenso ("oh, sé que he perdido") hasta el último momento posible.

T: “¿Piensas que lo podrías encontrar si hiciéramos alguna otra cosa"?

G: "¡Tal vez, pero no estoy tan seguro" (¡No nos arriesguemos!)

Sacan los pequeños círculos (5 de ellos) y ponen el resto en el bolso. Gaël está de acuerdo que hay todavía 56 piezas en el bolso, y da la siguiente solución:

"¡ Allí, pienso que lo tengo! ¡Allá hacemos 50, y aquí hay 6 y si usted toma 5 de 6 que serían esos (señalando los círculos pequeños) y entonces eso deja uno, así que 51!”

En estos cálculos, aparentemente el niño mentalmente dejó a un lado 5 pilas de 10 y salvó la 6 elementos "unidad" de los cuales pudo sacar 5. ¿Pero qué habría hecho si, por ejemplo, hubiera habido 76 círculos pequeños?

El tutor le hace escribir el 51 y le pide probarlo sin contar.

Gaël: "Hay todavía 5, eso nunca cambia".

T: "¿ 5 qué? ¿5 decenas"?

G: " Sí, eso. Si usted quita 6, habría 5 quitados, no si usted quita 5 sólo habría solamente uno que se deja. Pongo lo 5 allí (los círculos menores) eso deja uno (el bolso) y 5 aquí ".

El niño le ha conferido un cierto carácter de inmutabilidad a las 5 decenas: "Eso nunca cambia". En 56 hay 50 y 6. Si 6 son quitados (de 56) y quitamos 5, eso da 1. Así él le presta atención a esos 6 elementos, reconfortado por el conocimiento que nada necesita ocurrirle a lo otros 50.

El tutor lo regresa al otro método de verificación, añadiéndole 5 a lo 51 que se supone están en el bolso.

T: "¿Qué hicimos allí, 51 y luego...?"
G: "¡ Eso es! ¡ Lo tengo! ¡Puesto que hay 51, podemos contar y obtener el mismo número! "

Él parece realmente contento, porque ha descubierto de nuevo el algoritmo de la vez anterior y lo conectó con la posibilidad de prueba.

Pero parece ser que esta vez él ha percibido la intención didáctica –a través de la insistencia del tutor.

El conteo hacia atrás: "Más allá de las decenas"

Para darle una oportunidad a Gaël de practicar la cuenta hacia atrás, y especialmente para superar los múltiplos de diez, el tutor usa el mismo juego.

Hay todavía 56 objetos en el bolso, pero él va a sacar algunos (uno por uno, al principio) y en un cierto momento dice "tok" y el niño debería decir cuántos se quedan en el bolso.

Para obligarlo a entender las reglas del juego, toma el bolso, no saca nada afuera, y dice "tok". El niño dice "56". Luego saca 1 y dice "tok". Gaël vacila, luego dice "55". El tutor continúa, saca 2. Gaël no se equivoca y dice 53, pero cuando 3 más son sacados, él dice "40". Así es que apuestan un caramelo, Gaël cuenta desde 40, añadiendo los objetos fuera del bolso. Al llegar a 46 dice que ha ganado.

El tutor puntualiza que había 56, y comienzan de nuevo. Cuando hay 50 pedazos en el bolso, él saca 3, pero el niño no parece seguir la acción.

(Decididamente, en tanto el lugar de las decenas nunca cambie, de 56 hasta 50, no hubo ningún problema en contar en reversa. La dificultad que completamente bloquea a Gaël es esta de una decena a otra.)

Gaël está un poco perdido, pero finalmente descubre la solución y sucesivamente nombra los últimos 3 elementos, contando: 49,48,47.

El juego continúa, con un "tok" en 43 lo cual no le da ningún problema. Luego el tutor saca 3 y Gaël dice "39". Apuesta, se asegura añadiéndole 3 a 39, luego se dice a sí mismo " no hay 39. ¿Qué puede ser, entonces?" Él cuenta hacia atrás y encuentra de 40 --número confirmado por la verificación.

El juego continúa así por algunos minutos, pero el tutor empieza a sacar los elementos por decenas y Gaël no tiene problema de dar el resultado, acabando la sesión con un éxito.

3.2. El resumen de los resultados

El regreso al "juego" de las bolsas con datos ligeramente más simples le permitió a Gaël redescubrir y producir el razonamiento esperado. También descubrimos dificultades y errores de él que ya conocíamos. La repetición de situaciones de este tipo incuestionablemente nos permitía guiarle a corregir sus errores de escritura, a conocer la numeración y a proporcionarle algún significado a los problemas de sustracción. Especialmente desde que el tutor había logrado desarrollar una relación agradable con Gaël. Sin duda alguna que, para complacer al adulto, Gaël identificará lo que lo complace, manifestará la conducta esperada y simulará las adquisiciones deseadas. Esto le dará el tiempo para cimentar las relaciones afectivas, las cuales no descansan sobre el contrato didáctico, y romper aquéllas que le podrían constreñir. Pero ese es exactamente el problema: el precio de su progreso sería el refuerzo de exactamente lo que condujo al fracaso de Gaël. Las relaciones de Gaël con seguridad demuestran que sería en vano continuar en esa dirección.

3.3. Las observaciones y los análisis

La actitud de evitación de Gaël frente a la certeza, lo cual es en sí misma sorprendente, se hace más comprensible si se pone en relación con todo lo que particulariza su proceso cognitivo.

Desde el principio de las sesiones fuimos golpeados por esta profunda tendencia de Gaël a dar respuestas más o menos espontáneas y plausibles. Parecía incapaz de suspender por un tiempo sus reacciones altamente impulsivas, para poder reflexionar, ensamblar información, y lentamente construir las inferencias necesarias. Brevemente, uno frecuentemente encuentra esta dificultad al entrar en procesos que se han hecho secundarios.

Lo que podemos asumir es que en ausencia de un déficit en el nivel operacional, tal actitud tiene un significado desde el punto de vista del sujeto: a través de ella, él busca una satisfacción o evita algo desagradable. Lo que este comportamiento pone a distancia durante el proceso de aprendizaje es el campo de la certeza. Hicimos antes una observación sobre el grado en que él quedó intranquilo al ser obligado a dejar el dominio de lo posible y entrar a éste de lo necesario.

Huir del dominio total del conocimiento, mediante la evitación de todo razonamiento en favor de respuestas dadas al azar es, en efecto, para Gaël, permanecer en el dominio de la incertidumbre. Esta tendencia es tan fuerte que, seguro del resultado, él todavía hace un intento, mediante una genuina negativa, para abolir el carácter de certeza de su razonamiento: "¡Oh, sé que he perdido!”

Estamos por consiguiente de cara a uno de los puntos más delicados de una intervención didáctica de este tipo. El fracaso matemático aparece aquí con su significado sintomático, es decir, se remonta a la organización total del sujeto y al equilibrio actual de sus inversiones.

De aquí que, si la intervención toma el aspecto de una reeducación en sentido estricto, poniendo la mira en la desaparición del síntoma, vía la puesta en operación de estrategias diversas –ayudando al niño a usar el razonamiento, etc.-- uno corteja el riesgo de fracaso; la contrainversión del niño entrará en juego y el tutor quedará impotente para hacer una diferencia profunda en las conductas de evitación del sujeto. Es igualmente posible traer compensaciones de un tipo negativo en la medida en que esas actitudes juegan su papel de defensa contra de la ansiedad.

¿Deberíamos adoptar entonces un acercamiento clínico dirigido a determinar el significado inconsciente de las conductas de evitación, las que probablemente se traduzcan a los procesos de Gaël en el dominio de matemáticas? Pero tal acercamiento es uno particularmente incómodo. Estaría en el esquema de una terapia analítica donde todas las formas de inhibición intelectual resultan ser síntomas particularmente complejos y en gran medida sobre-determinados. Es con mayor razón así en el marco de una intervención, donde el material (a través de pruebas proyectivas) permanece fragmentado y donde todos los rasgos de la historia del sujeto, así como sus relaciones intra-familiares permanecen en gran parte desconocidas. Las únicas hipótesis, en lo que respecta a dar significado a un síntoma, dependerían totalmente de los tests psicológicos hechos antes de la primera sesión. Nosotros de hecho, pudimos establecer una relación entre los resultados del test de Rorschach y los de CAT y el carácter sintomático del comportamiento de Gaël; el hecho de que un niño, en otros aspectos bien balanceado, diera muestras de estupor y profunda confusión cuando se enfrenta a ciertas situaciones nos habría llevado a una interpretación de ansiedad y un fuerte sentido de culpa a la luz de su curiosidad conectada con la actividad sexual de sus padres. Uno podría, y varias referencias en teoría psicoanalítica autorizarían esto, reconocer en el comportamiento de evitación de Gaël un significado latente asociado con la escena primitiva; mantener la incertidumbre en el nivel de progreso del proceso de razonamiento significa un seguro contra de la angustia de reconocer la sexualidad de los padres y para enfrentar los impulsos sádicos conectados con este conocimiento.

Pero incluso si esta interrpetación fuera cierta, sería completamente inútil para nosotros. Nuestro proyecto no tiene nada que ver con trabajar con el niño para elucidar sus conflictos edípicos; en un campo psicoterapéutico el proyecto didáctico desaparece.

Por consiguiente nos auto-restringiremos al dominio del aprendizaje de las matemáticas, pero consideraremos el funcionamiento mental que hemos notado en sus relaciones con la organización global, y la ponderaremos en el equilibrio económico del niño. No es cuestión de enseñarle al niño a razonar, sino de darle, en el contexto de las actividades matemáticas que estamos a punto de discutir, la ocasión para reinvertir esta función.

3.4 Proyectos de intervención-Situaciones a presentar al estudiante.

¿Cuáles son los medios didácticos que sabemos funcionan y que le permiten razonar? Por el momento no es una cuestión de su contenido o de sus métodos, sino de su motivación y especialmente de su control por convicción.

Técnicamente, la convicción del estudiante acerca de la prueba se manifiesta, confirma y fortalece a sí misma, en los cuatro tipos principales de una situación didáctica, en una forma diferente y específica de cada uno: en situaciones de acción, la convicción es afirmada por la confianza del sujeto en sus anticipaciones; en situaciones de formulación, el hecho de comunicar o expresar una idea no necesariamente implica un grado alto de confianza acerca de ella. Pero precisamente lo que hace la formulación es producir una objetivación que juega un rol esencial en la elaboración de la convicción. La distancia resultante entre lo que se dice y lo que se piensa, entre una proposición y su valor de verdad implícito, entre lo que es explícitamente pronosticado y lo que ocurre, hace surgir el tema de la convicción del orador.

Las situaciones en las cuales los juicios y las pruebas son expresados y probados son situaciones de validación. Parte de la convención de esta situación es que los sujetos intercambian opiniones acerca de un hecho y se comprometen a sí mismos en él. En general, las situaciones de esta naturaleza que proponemos inician con un proponente y un adversario, ambos estudiantes, de tal manera que elaboran un sistema de prueba --una teoría—fundada en la convicción y no en la autoridad. La búsqueda de la verdad es una actividad exigente a la que el buscador necesita mantenerla con suficiente fuerza para, por un lado, rehusarse a ser convencido por ninguna otra cosa aparte del juicio personal; al tiempo que, no obstante, nunca rehusarse a examinar otros argumentos, por el otro. Debe resistir la autoridad, la seducción, la retórica, la intimidación, las convenciones sociales, etc. Y cuando queda claro que la opinión de uno es falsa, hay también que ser capaz de arrepentirse, retractarse y otra vez resistir las mismas dificultades. Dificultades que son legítimas, y que tienden al establecimiento de verdades razonablemente estables, y que las personas que las profesan las consideran una especie de compromiso personal. Practicar situaciones de prueba o validación permite al sujeto construir a un interlocutor interior con quien puede simular debates a lo largo de las líneas que ha aprendido.

En situaciones de institucionalización del conocimiento, contrario a lo anterior, la convicción personal es apoyada, sacudida o suplantada por referencia para una norma exterior al sujeto. Su convicción se convierte simplemente en una adhesión fundada.

En “situaciones de resolución de problemas" en las cuales hemos dicho que Gaël participó bien y encontró algo interesante, Gaël puede decir lo que sea que pase por su cabeza porque tiene confianza que el maestro jalará afuera lo que él quiere. Gaël puede decir cosas que él "ve" como verdaderas sin tener que afirmar que lo son. Esta actitud puede ser alentada o incluso provocada por los métodos mayéuticos de Sócrates a menudo usados en las aulas.

¿Qué situaciones son apropiadas en el caso de Gaël, y cuáles le pueden ser ofrecidas?

Un método clásico consistiría en "explotar" la situación de acción que creamos en las sesiones dos y tres, es decir, de empujar a Gaël a tomar partido, a formular declaraciones, afírmarlas, retractarse de ellas, dentro de una relación dual con el adulto. El tutor extraería una moraleja de cada acción de Gaël o haría que él extrajera una. Por ejemplo, él podría repetir las situaciones de apuesta e insistir: "¡Tiene que estar seguro! ¿Está seguro?..." Sabemos que este método no puede tener éxito.

Por otra parte, el tutor, estando solo con Gaël, no tiene forma de organizar situaciones genuinas de validación en las cuales el niño se supone sostendría sus convicciones ante un igual. El tutor tiene que simularlas --y esto quizá podría ser valioso en la medida en que su identificación con el tutor podría ayudar a Gaël a salir de su papel de "bebé". Pero hay el peligro de que su tendencia a permanecer en una relación superficial y juguetona con el adulto podría destruir cualquier posibilidad de debate acerca del conocimiento. Las actitudes juguetonas conscientemente usadas por el tutor corren el riesgo de ser "recobradas" para reproducir el dilema fundamental señalado arriba.

El tutor entonces necesita lograr una modificación renovada del "contrato didáctico", reintroduciendo algunas demandas. De hecho, es de esperar que una secuencia de rupturas puede ser introducida; alternativamente, el tutor podría presentarse a sí mismo como un socio, un cómplice en el juego, o bien como un interlocutor que espera algo de él y quién dice qué. Parece evidente en todo caso que el objeto de la enseñanza necesita permanecer oculto para evitar una adherencia inmediata, y el comportamiento sumiso del que hemos hablado.

Regresaremos al juego al que el tutor necesita abandonarse para poder incrementar y variar las posiciones de Gaël acerca de la certeza y la incertidumbre. Pero ya, si uno regresa al juego de las apuestas, uno posiblemente podría librarse de la recuperación a que aludimos sin exigir un cambio de actitud del tutor: multiplicando las apuestas y el número de datos presentados. De ese modo, aun si Gaël toma algunos cálculos como oportunidades para evadir las demandas de certeza, se puede apostar a que él no los haría todos mal, si su conocimiento lo permite.

En cuanto al contenido se refiere, sería útil continuar el estudio de la numeración, sobre todo porque el seguimiento natural del proceso en que ya está interesado acerca de la sustracción lo conduciría a la construcción y uso de un sistema de simbolización de las cantidades presentadas. Analizaremos las situaciones escogidas desde este punto de vista después de presentarlas.

En el caso de Gaël, ¿qué posición podría ocupar este socio? Sabemos cuánto es dependiente Gaël de un clima afectivo, y hasta qué punto su actitud es determinada por los otros. Una actitud de excesiva neutralidad afectiva lo devolvería directamente a las reacciones estereotipadas de actividad intelectual falsa; una connivencia demasiado grande le permitiría una actitud juguetona donde él puede comportarse de manera pueril. Es esencial encontrar la distancia correcta. A lo que el tutor aspira es a la aleación correcta de complicidad, donde la mediación del conocimiento y sus propias demandas constantemente intervengan.

EL CASO DE GAEL: CUARTA SESIÓN

4.1 Soporte

El tutor, de acuerdo al plan, empieza con una actitud que es un poco menos neutral con respecto al contenido matemático, y un poquito más didáctica, aunque siempre alentadora. Él va a poner un poco de presión. Él y Gaël repasan los ejercicios de la semana de su clase. Uno notable es sobre adición:

  129

    78

+136

  352

Gaël dice: " 9 +8, 17; +6 = 23. Escribo lo 2 y llevo el 3 ".

"Ajá! ¡Veo lo que hiciste!" dice el tutor. Gaël lo remarca también, a menos que lo deduzca sobre la base de que si no es esta la solución entonces debe ser la otra, y él lo corrige en el acto.

Él concluye la operación y escribe el resultado, 343, escribiendo el 4 hacia atrás, lo que el tutor le hace corregir comparándolo con la forma que él mismo lo escribe

Observa que los errores que Gael ha hecho están en su mayor parte relacionados con la numeración y las transformaciones conectadas con ella.

El Juego de Estimación

El tutor propone a Gaël que regresen al juego de la estimación. En la preparación, esparcen sobre la mesa 10 piezas rojas, 10 verdes, 9 azules y 6 amarillas. Sobre el papel, el niño escribe esos números organizados como sigue

10 6

10 9

Él mete todos ellos en un bolso. El tutor verifica que él recuerda correctamente cuántos de cada color hay, luego explica cómo el juego va a desarrollarse: Gaël va a sacar un montón de objetos del bolso y su trabajo es imaginar cuántos de cada color se dejaron dentro.

Primer intento:

Gaël saca dos puñados de elementos,: 4 verdes, 2 amarillos y 1 azul, y trata de determinar el número de objetos verdes que se dejaron dentro, lo cual maneja muy bien contando hacia atrás. El tutor entonces le hace poner por escrito el resultado: 6 y de escribir el nombre del color a fin de recordar a qué se refiere. El mismo proceso para los amarillos, pero cuando llega a los rojos él vacila: ¿comenzó con 9 o con 10? Él opta por 9, todo porque él piensa que hubo 6 azules. El tutor sugiere que verifique recontando los objetos y que lo escriba, para no olvidarse:

9 azules 10 verdes 10 rojos

6 amarillos

Regresan todo de nuevo al bolso y comienzan de nuevo.

Aquí, claramente, Gaël está continuamente bajo el control del tutor, quien interviene frecuentemente y toma decisiones por él, pero permanece tratando de regresar a la situación de juego, pareciendo querer salir de esta relación didáctica.

El aspecto de juego permanece aparente, a pesar de todo, si bien las operaciones predominan y las actividades juguetonas son puestas un poco de lado: cada vez Gaël tiene que anticipar cuatro cosas diferentes.

El juego de estimaciones tiene la misma estructura que el juego previo, pero los datos son cuartetas ordenados lo mismo que las respuestas: por ejemplo, en el primer intento se supone que tiene que llevar:

(9; 10; 6; 10) - (1; 0; 2; 4) = (8; 10; 4; 6)

Para el niño, el aspecto general de operación parece una secuencia de tres sustracciones, pero Gaël tiene que guardarse las cantidades en su memoria por categoría: azul, rojo, amarillo, verde.

Con respecto al juego previo, este aumento en la complejidad (compensada en parte por la elección de números pequeños) rápidamente producirá el problema de mantener las operaciones simples, y así con seguirle la pista a las representaciones dadas.

Pero éstos son sólo juegos "introductorios". Están allí para introducir gradualmente en la escena representaciones simbólicas de forma que tengan un significado determinado, pero es asumido que estas representaciones son conocidas para Gaël y que la situación le da un significado convencional. Por ejemplo, el tutor le hará hacer una tabla, la cual claramente prefigura la numeración y resuelve este problema, comenzando con la siguiente ronda. Gaël ya sabe perfectamente bien cómo usar la tabla, pero buena parte de lo que el tutor piensa hablar es la justificación de la tabla, lo cual por consiguiente cobrará un significado explícito y acordado.

Si hubiera esperado que Gaël se percatara por su cuenta que la tabla era necesaria y propusiera una, él probablemente se habría decepcionado: Gaël pudo resolver perfectamente bien la situación con la notación que él usó la primera vez, desordenada o no. Las condiciones habrían tenido que ser bastante más difíciles (mayor número de lados, montones de movimientos de las piezas, números más grandes) para justificar y provocar la invención de un procedimiento tipo contabilidad. La ganancia cognitiva de tal situación habría sido menor respecto a la cantidad de energía y motivación que habría consumido.

Segundo intento

El tutor propone a Gaël que debería decidir por adelantado cuántos objetos sacar del bolso. Gaël saca 7 objetos y luego determina exactamente la cantidad de elementos de cada color que quedaron en el bolso mirando los números en el papel y quitando de ellos los objetos extendidos sobre la mesa.

El tutor entonces sugiere un "modo de escribir que ahorrará tiempo", a saber la siguiente tabla:

	blue	red	yellow	green
total				
taken out				
left				

- "Cuándo cuentas todos, ¿cuántos azules hay? Le pregunta el tutor.

- "9"

- "¿Dónde vas a escribirlos?”

Gaël indica la caja y completa la línea entera, por consiguiente "economizando en la escritura".

Desde el punto de vista didáctico, esta escena es una fase transicional diseñada para poner la decoración en el lugar orientada a una nueva situación de aprendizaje. La nueva situación planeada va a ser una fase de institucionalización didáctica. Para preparar el terreno para este juego, el cual consiste en simular un juego conocido que requiere la participación del estudiante en un nivel "subordinado" respecto a las "novedades" introducidas, el maestro comunica las reglas del nuevo juego... que inicia. En situaciones comunes de clase, este juego nunca aparece excepto en la forma de un ejercicio muy cerrado en aplicaciones.

Y Gaël no se equivoca acerca de ello: a medida que la cantidad de interferencia didáctica se incrementa, Gaël pasa progresivamente de su actitud viva y sonriente a una que es más seria y más concentrada. Concientemente se pone a trabajar en la tarea, pero, siempre educado e incluso amigable, entra en su posición de estudiante aprendiendo bajo la batuta de su maestro. Es hora de romper este contrato, el cual es confortable y peligroso para Gaël, e intercambiar las posiciones de tutor y estudiante.

El Juego del "¡Mentiroso!"

Toman el juego otra vez, pero esta vez es el tutor quien saca los objetos del bolso, y adicionalmente incluye un elemento nuevo en las reglas: van a jugar "¡Mentiroso!" Gaël no sabe de que se trata, así es que el tutor le explica:

- Voy a sacar objetos, y cuando termine diré ‘Hay tantos verdes, tantos azules, etc. (en el bolso)', y si estoy equivocado tú dices "¡Mentiroso! " ¡Si tengo éxito en mentir, yo gano, pero si tú tienes éxito en atraparme cuando miento, tú ganas!

Prueban una ronda de primera parte: el tutor saca unos cuantos objetos y declara:

- Hay 6 azules en el bolso.

A su petición, el niño escribe el número en la mesa y verifica contando hacia atrás, comenzando con 10 y contando los objetos azules a la vista. Él está de acuerdo con el número indicado.

- "Hay 6 rojos", el tutor dice después.

- "6 rojos" repite Gaël, “6,7,8,9 (él suma en los rojos sobre la mesa): “¡Mentiroso!"

Gaël dice esta palabra con un poquito de preocupación y mucho placer. Sonríe. Le tomó alguna audacia, si bien sabe que está autorizado para hacerlo. Bajo la ficción del juego, Gaël introduce el otro papel, aquél del interlocutor interior mencionado antes. El pasaje de una posición a la otra, de declarante a juez, de mentiroso a persona responsable de la verdad... y sobre todo la posibilidad de pasar de un rol a otro ofrece a Gaël los medios para la ruptura simbólica con su anterior posición. Esta ruptura, con respecto al conocimiento, puede ser comparada a aquélla del famoso juego de Freud denominado *Fort-Da*.

La verificación se hace y ¡sí! Gaël está en lo correcto y el tutor ha sido atrapado. Nótese que su "error" había sido un truco, y para Gaël la detección del error se ha convertido en un juego, jugado en un espíritu de complicidad y acuerdo en lugar de agresivo. Hay más que un matiz entre el significado clásico de un error y el significado simbólico que tuvo lugar aquí. Más tarde tal vez Gaël bromeará consigo mismo y construirá sus propios "trucos".

Continúan en la misma forma con los otros colores, y el niño no comete errores, pero a medida que avanza ya no escribe sobre la mesa los objetos extraidos y los objetos que quedan. El tutor le aconseja que recapitule: para los rojos, el número indicado fue 6 y Gaël dijo "¡Mentiroso!" Para ese 6, él había sumado los 3 sobre la mesa, lo cual confirmó su juicio. Pero ya no sabe más qué hacer para captar los 10 rojos en total. Él tiene que ser ayudado:

- "¿Cuántos había allá en total?”

- 10

¿- Y cuántos allí acá "? (Sobre la mesa)

- 3

- " Así que eso deja ..."

- 7

Nótese también que aunque Gaël continúa cometiendo sus "pequeños errores", el tutor se cuida de no hacerle la tarea y se contenta con obligar a Gaël a corregirlos. A medida que la situación se hace más complicada, y como se logra más y más ocasiones para examinar las diferencias o para llevar a cabo sustracciones, Gaël desarrolla estrategias que le sirven de significado para la operación y las usa con más y más facilidad. Así, para comprobar la validez de la declaración "10 - 3 = 6" él aplica 6 + 3 = 9.

Ahora Gaël ya no se mira, como antes, derrotado frente a la sustracción, con el tipo de negativa que parecía surgir en las sesiones previas. Él ahora los manipula más fácilmente, aún cuando no sea capaz de usarlas de manera sistemática cada vez que se necesitan o más o menos sean útiles. Así, cuando él tiene 10 y 3, él sabe que tiene que "hacer 10 - 3" para encontrar lo que "se dejó" (la meta de la sustracción) pero cuando él tenía 6 y luego 9, y necesitaba 10 el problema le pareció completamente diferente..

El tutor luego le hace que rellene la línea de "retirados", pero él se confunde y escribe 5 amarillos en lugar de 5 verdes. El tutor le hace corregir eso antes de preguntarle cómo, si él no lo hubiera corregido, podría hacer detectado el error.

La tabla es como sigue:

	blue	red	yellow	green
total	9	10	6	10
taken out	3	3	1	5
left	~~8~~ 6	7	5	5

Gaël no logra arreglárselas para dar la explicación pedida, pero ello puede ser debido al hecho que tiene toda la tabla delante de él. Posiblemente si él hubiera tenido sólo la columna:

yellow
6
5
5

hubiese llegado a encontrar la corrección. Él tiene que recibir la solución.

La verificación que puntualizamos arriba está funcionando implícitamente, pero no es percibida como un hecho por Gaël, no parece ser algo que podría formular, y *a fortiori* él no lo puede usar para convencer a nadie, ni siquiera a un interlocutor benevolente y atento.

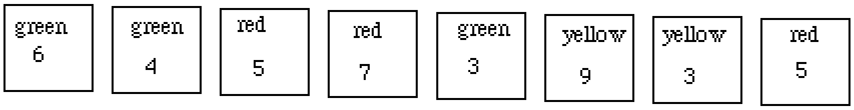
Es fácil de ver, así, por qué el tutor tuvo que proponer la adición como una medio de verificar la sustracción --Gaël probablemente no la habría inventado-- por qué estuvo en lo correcto al proponerla, porque no se propuso como un objeto para ser aprendido. Tuvo un papel y un significado que fue obvio en la situación, y simplemente tenía que ser hecha disponible a Gaël.

-Y cómo Gaël se apropió de este medio y lo integró en sus procedimientos. Desde esta perspectiva, puede ser que crear situaciones que favorezcan el hacerla explícita bastará para hacer que Gaël evoque las relaciones entre adición y sustracción. Las situaciones de ese tipo dan por supuesto que uno ha rechazado al menos provisionalmente los medios concretos de prueba –recurrir a contar cosas-- y consecuentemente opera en los sistemas simbólicos.

El tutor se pone a trabajar inmediatamente preparando esta nueva fase, haciendo una separación material entre los dos sistemas: el de las colecciones que pueden ser físicamente manipuladas y aquél de la escritura usada para hablar acerca de lo que ocurre en el primero. Esta materialización dará a ambos la manera para recordar esta situación más tarde.

Simbolización por etiquetas

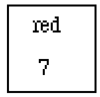
Es tiempo para un nuevo juego: los grupos de objetos son representados por pedazos de papel. El tutor pone en un bolso pedazos de papel que representan a los objetos que Gaël mete en el otro: por ejemplo, él escribe "6 verdes" en un papel y Gaël mete 6 objetos verdes en el bolso. Él hace un cierto número de hojas de papel así:



Y cada uno se mete al bolso. Luego los intercambian, a fin de que Gaël sea el que tiene el bolso de papeles.

- "¿Puedes decirme cuántos objetos rojos tengo en mi bolso?" El tutor pregunta. No puedes abrir mi bolso, pero puedes abrir el tuyo "

- "¡ Claro que puedo!", le contesta a Gaël, abriendo su bolso con una gran sonrisa.

Él encuentra una primera hoja de papel: 

y dice; "¡7 rojos!"

- "¿Eso es todo?

Él luego inspecciona todos los pedacitos de papel y suma los números en todos los que indican color rojo: 7 + 5 + 5 = 17.

Él escribe 17 en la tabla anterior y luego cuenta los otros colores y escribe esos resultados, también:

	blue	red	yellow	green
total				
taken out				
left				
	0	17	12	13

Y cuando el tutor pregunta si él está seguro de los resultados que acaba de obtener, el niño se ve indeciso y realmente le gustaría verificar. Son recontados todos. Para los verdes explica:

" 6 y 3, 9. Y 4... Si tenemos 4, retiramos uno de ellos (para sumar sobre los 9) eso hace 10 y puesto que retiramos uno eso hace 3 así que hacen 13 ".

Luego el tutor escribe el número de objetos que él (teóricamente) está retirando: 10 de cada color, y Gaël decididamente encuentra el número de cada color que quedó.

4.2 Conducta esperada en el transcurso de estas situaciones: incertidumbre y conocimiento.

A Gaël realmente le disgusta renunciar a los encantos de la incertidumbre. Para entender cómo tal actitud puede bloquear la adquisición del conocimiento y cómo las situaciones que proponemos podrían operar, será útil ver más de cerca las relaciones que establecen ellas entre el conocimiento y la incertidumbre en una situación educativa.

El conocimiento se manifiesta a través de una decisión, mejor dicho a través de una elección entre varias decisiones, o entre varias opiniones. Para que un estudiante sea capaz de poner un pedazo de conocimiento en acción, se le deben ofrecer por consiguiente situaciones que pueden tener resultados diferentes dependiendo de la elección que él hace como una función de su conocimiento. El significado del conocimiento es hecho, como dijimos, del despliegue de posibles resultados previsibles lo que hace posible discriminar. Si un pedazo de conocimiento permite la eliminación de todos los resultados excepto uno de ellos, ello permite una decisión segura. Pero puede ocurrir que el conocimiento acerca de un tema deje subsistir a varios resultados, quizá con algunas preferencias que podrían traducirse en probabilidades de escoger cada resultado. Diremos entonces que la situación le presenta al sujeto una cierta incertidumbre, más grande o más pequeña dependiendo del número de resultados y su carácter equiprobable. Aprender una pieza de conocimiento se manifiesta a sí mismo por la disminución de la incertidumbre en situaciones en las cuales está comprometido (uno puede incluso evaluar la cantidad de información representada por una pieza de conocimiento por la variación que produce en la incertidumbre.)

En general, el aprendizaje en una situación, ocurre motivado por el deseo del sujeto de disminuir su incertidumbre.

Así uno puede comparar las situaciones didácticas con los juegos. El maestro comunica al estudiante una situación problemática que pone en escena los objetos en cuestión, y le da las reglas: es decir, los medios que el estudiante tiene permiso de usar para obtener todos los estados posibles del juego. Él fija ciertos objetivos, es decir, algunos resultados que pueden ser obtenidos siguiendo las reglas, con una recompensa explícita o implícita. De hecho, el carácter de estos juegos didácticos puede variar bastante dependiendo de los sujetos y el tipo de pedagogía escogida. En particular, depende de si el maestro se obliga a comunicar las estrategias para la resolución desde el principio o el estudiante es obligado a producirlas como un medio de adaptación al medio. Pero el meollo del asunto es que en algún punto, la actividad del estudiante consistirá, haciendo frente a una situación problemática que le presenta una cierta incertidumbre, en reducir la incertidumbre mediante la elección de una solución: el estudiante no está haciendo matemáticas a menos que esté resolviendo problemas.

Por todo ello, sería falso creer que la aceptación de las reglas y la reducción de la incertidumbre es la única manifestación del conocimiento y la adquisición. La información puede aumentar la incertidumbre del sujeto mostrándole elecciones en las cuales él no había pensado. Lo que aprende clausura algunas preguntas, pero abre otras.

La búsqueda de nuevas situaciones, para preguntas o para nuevas reglas – lo cual aumenta la incertidumbre-- es una tendancia inversa y complementaria a la que acabamos de discutir. La producción de preguntas y la producción de respuestas son dos manifestaciones muy diferentes del conocimiento y su génesis. Responden la una a la otra "dialécticamente" de un momento al siguiente en el sujeto epistomelógico, de una noción a otra en la organización de su conocimiento y finalmente entre el conocimiento y el sujeto en el transcurso de su desarrollo. La búsqueda de nuevos problemas responde a motivaciones diferentes dependiendo de si esta dialéctica está dirigida a adaptar el mundo al sujeto y el sujeto al mundo (la asimilación de Piaget) o está dirigida a la transformación interna del sujeto, para su organización, su consistencia y su ergonomía (la acomodación de Piaget).

Entender la unidad profunda de esta búsqueda del conocimiento, nos permite examinar desde el punto de vista del estudiante la función a la cual responde.

Para empezar, la ausencia de incertidumbre no puede ser un estado estable. En cierto modo, el sujeto se define a sí mismo, existe a sus propios ojos con relación a un medio ambiente mediante las modificaciones que puede producir en él. Un ambiente que no le da oportunidad para la acción –esto es, para la decisión o la elección-- en efecto niega su existencia como un sujeto autónomo. Este es en particular el caso en situaciones cerradas. Inversamente, pero por la misma razón, una elección puramente aleatoria no es una expresión del sujeto y también fracasa en darle existencia. Uno puede así imaginar que el sujeto está todo el tiempo en busca de situaciones sea que estén relativamente abiertas, lo cual él puede reducir ejercitando la creación de conocimiento y su poder de decisión y acción, sean relativamente cerradas y que él puede abrir mediante la consideración de nuevas variables y nuevas reglas.

El psicoanálisis analiza profundamente este fenómeno y permite la comprensión de las relaciones del conocimiento considerado como un objeto simbólico con las motivaciones del sujeto.

LAS CONCLUSIONES DEL ESTUDIO DEL CASO DE GAËL

Faltan cuatro sesiones más en las cuales el tutor continúa peleando por introducir más y más dificultades y poner a Gaël bajo la obligación de superarlas. Cada relación es gobernada por el mismo principio. El progreso no es espectacular, pero parece que, ex post facto, esta cuarta sesión ha sido decisiva.

La relación que se desarrolló con el tutor y un cierto despertar de conciencia de dificultades a evitar iniciaron una actitud nueva para Gaël. Los informes de seguimiento señalaron que el niño se integró bien en su clase y rápidamente cubrió sus lagunas matemáticas.

Las metas generales de la intervención fueron las siguientes:

a) Al principio, establecer un clima de confianza: una aceptable relación dual que no obstante tomó en cuenta las dificultades en juego.

b) En la segunda etapa, hacer uso de esta relación para proponerle a Gaël algunas situaciones didácticas en las cuales el conocimiento no va a ser encontrado ni en el discurso o ni en el deseo del maestro, sino más bien en una relación con el *milieu*. Estas interacciones necesitan estar motivadas por el deseo del niño mismo, y conducirlo a tomar decisiones específicas para el conocimiento a ser dominado: experimente, decida, busque, ...

c) En la tercera etapa, vía nuevas rupturas con el contrato didáctico, el asunto fue obligarlo a darle un "precio" a la verdad, y posiblemente preferirlo a la comodidad de un consenso: escoger, por ejemplo, verificar un resultado a pesar de la incomodidad de admitir un error. Claramente no se trataba de producir una conferencia edificante en el tema, sino de obtener esas conductas de una forma efectiva. Tratamos de meterlo en el hábito de definirse a sí mismo, reconocerse a sí mismo y complacerse a sí mismo como un constructor de conocimiento y en una persona responsable de sus convicciones, enfrentado con los hechos o con otros a su alrededor. Quisimos que experimentara las actividades matemáticas no como "el descubrimiento de sus errores", "el reconocimiento del fracaso", "la revelación de sus pecados" o incluso como "la mirada al dormitorio de sus padres” sino como un ejercicio en equilibración, en liberación y fundación del "mí mismo".

El lector no debería desorientarse por estas formulaciones. No es cuestión de psicoterapia sino de didáctica, es decir, de actividades específicas intencionalmente organizadas con miras a la adquisición de un conocimiento específico. Pero es necesario estar conciente de la dimensión psicológica de esas intervenciones.

LAS CONCLUSIONES DEL ENFOQUE CLÍNICO

Gaël fue uno un de siete casos estudiados entre 1976 y 1983. Algunos tuvieron éxito, algunos fracasaron y algunos fueron éxitos parciales. Pero ninguna característica común a todos los casos se hizo aparente, excepto quizá para la importancia de sus problemas psico-afectivos.

El tutor atrapado en una relación difícil y los observadores sorprendidas por los fracasos masivos del estudiante tienen la tendencia a concentrar su atención en las características del niño y no en las condiciones de las situaciones que confrontan.

Situaciones a-didácticas

En nuestro primer acercamiento, tuvimos no obstante dos tipos opuestos de reacción que nos golpearon por su importancia. Estas reacciones sólo pueden ser observadas cuando el niño ha aceptado una actividad para la cual él toma la responsabilidad y donde él puede saber por su cuenta si ha tenido éxito o ha fallado. Al admitir que los resultados no se ajustan a sus predicciones, ciertos niños se ponen pálidos y se apenan; leen este resultado como un fracaso personal y se ven desalentados y culpables. Aun si regresan con valentía a trabajar, su comportamiento demuestra que la situación está teniendo un impacto interno.

Otros, por otra parte, parecen despertarse repentinamente: algo inesperado e interesante está sucediendo; el fracaso personal es dejado atrás y minimizado en favor de la curiosidad y una apertura hacia el exterior.

Este dos formas opuestas de reaccionar a las situaciones de aprendizaje (esto es, donde la relación con el adulto no es el asunto principal) son relativamente estables en los sujetos, en el tiempo y en el material cubierto por diferentes problemas. Los niños en fracaso selectivo que encontramos todos formaron parte de la primera categoría.

Situaciones didácticas

El segundo comentario proviene de contrastar los comportamientos de Gaël y Cyrille (con quién tuvimos un éxito parcial) en sus relaciones con el tutor. Ambos deseaban evitar una relación que sentían conflictiva. Pero lo hicieron con estrategias diametralmente opuestas. La obligación de tomar la responsabilidad de producir una respuesta propia para una pregunta propuesta por un adulto es una experiencia dolorosa para niños que están fallando. Hay al menos dos maneras de evitarlo:

Uno consiste en tomarlo excesivamente en serio, dramatizándolo lo más posible en un modo que nosotros calificamos metafóricamente como "obsesivo" (el tipo de Cyrille). El otro, por otra parte, consiste de evadirla en el grado mayor posible simulando más o menos hábilmente una participación mínima (el tipo de Gaël).

Cada pregunta mete a los estudiantes del primer tipo en una situación penosa, o incluso peligrosa, y los re-envía de regreso a la situación original. Para escapar de esta seria agresión, deben cerrar la pregunta inmediatamente, no importa cómo, si es necesario sin saber nada de ella en absoluto. Apoyándose en el contrato del didáctico, se niegan a aceptar una pregunta a menos que ya tengan la solución en la mano. Requieren que el maestro transforme las soluciones en algoritmos, que establezca criterios para el uso de un algoritmo y signos reconfortantes de que están en la pista correcta –el aseguramiento de que memorizando todo lo que se haya dicho en clase pueden responder inmediatamente a esta horrible situación. Y entre más aprenden y más buenas respuestas tienen disponibles, menos oportunidades tienen de encontrar la correcta.

Para los otros, nada necesita ser preocupante, nada es serio, todo es teatro. En las fases colectivas entran en el juego, contestando con los demás, toman sus riesgos --el maestro está convencido de que ellos son estudiantes muy despiertos con una buena comprensión. Pueden contestar correctamente al momento, pero si son personalmente interrogados, por escrito, por ejemplo, no lo saben, no lo han aprendido, no han perseverado, no están interesados, no han registrado ni un poco de ello. Son convenientes y no dan problemas, pero no están allí en persona, y al final no aprenden nada.

El uno y el otro, cada uno a su modo evita enfrentar la situación de aprendizaje.

El primero descansa fuertemente en la gestión del contrato didáctico y tiende rápidamente a petrificarlo. El segundo es mucho más difícil de detectar en el aula. El maestro no lo nota hasta que es demasiado tarde, cuando esos estudiantes "inteligentes" y muy despiertos han fallado en su primera composición, luego en su segunda... Incomprensiblemente, no saben nada.

Aquí están las conclusiones provisionales que pudimos extraer de este trabajo a partir de 1980:

El contrato didáctico

En el transcurso de una sesión cuyo objetivo es enseñarle a un estudiante una pieza específica de conocimiento (una situación didáctica) el estudiante interpreta la situación que se le presenta, las preguntas que se le plantean, la información que se le da, y las restricciones que se le imponen como una función de lo que sea que el maestro reproduce, conscientemente o no, en una forma repetitiva en su práctica docente. Estamos particularmente interesados en lo que entre esos hábitos es específico para el conocimiento enseñado: le dimos el nombre de "contrato didáctico" al conjunto de comportamientos (específicos) del maestro que son esperados por el estudiante y al conjunto de comportamientos del estudiante que son esperados por el maestro.

Este "contrato" regula las relaciones de maestro y estudiante en materia de proyectos, objetivos, decisiones, acciones y evaluaciones didácticas. Es el "contrato" que especifica las posiciones recíprocas de los participantes en el tema de la tarea, y el cual especifica el sentido profundo de la acción emprendida, de la formulación o las explicaciones provistas: ¿Qué necesitamos saber? ¿Cómo vamos a saber si hemos tenido éxito? ¿Qué se supone que haremos si fracasamos? ¿Qué deberíamos saber para tener éxito? ¿Qué se supone que debemos decir? ¿Qué más pudimos hacer? ¿Qué habría sido un error? ¿Qué se supone que debemos aprender? ¿Cómo lo podemos aprender? ¿Cómo lo podemos recordar?, etc. Es el "contrato" el que explícitamente fija el papel del conocimiento, del aprendizaje, de la memoria, etc.

Es a través de la regla de decodificar la actividad didáctica que el aprendizaje escolar pasa. Uno puede pensar que en cada instante las actividades en un proceso dependen del significado que el aprendiz le atribuye a la situación que se le propone, y que ese significado depende excesivamente del resultado de las acciones repetidas del contrato didáctico.

El contrato didáctico así se presenta a sí mismo como la huella dejada por los requisitos habituales del maestro (requisitos más o menos claramente percibidos) acerca de una situación particular. La articulación entre lo habitual o permanente y lo que es específico para el conocimiento meta puede ser mejor o peor; ciertos contratos didácticos favorecen que el funcionamiento específico del conocimiento a ser adquirido, otros no; ciertos niños leen (o no leen) las intenciones didácticas del maestro y tienen (o no tienen) la posibilidad de jalar de ahí una situación favorable de aprendizaje.

¿Podría no ser el caso que ciertos contratos didácticos le impidan a ciertos niños entrar en el proceso de aprendizaje?

Las causas de fracaso deberían entonces ser buscadas en la relación del estudiante con el saber y en las situaciones didácticas, y no en sus aptitudes o en sus características generales permanentes.

Esos contratos revelan la idea que los maestros y los estudiantes tienen del funcionamiento de las matemáticas (de su creación, de su uso, ...). Al escoger una situación didáctica (es decir, una situación problema, los objetivos para el estudiante, la información a dar, los objetivos para el maestro, etc.) para enseñar una cierta pieza de conocimiento, el maestro produce, quiéralo o no, una imagen de las situaciones verdaderas (históricas, culturales, ...) en las cuales este conocimiento funciona (fue descubierto, es usado...) y a menudo está distorsionada. Son las circunstancias en las cuales el conocimiento es usado la que le dan su significado. Así un pedazo de conocimiento matemático no tiene el mismo significado para un estudiante y para un matemático. Le llamamos "transposición didáctica" al pasaje de uno al otro.

La teoría de las situaciones didácticas tiene como objetivo proveer los medios de controlar esas transposiciones didácticas. La transposición didáctica depende fundamentalmente de las concepciones que los maestros tienen acerca del pensamiento matemático. En sus actividades de enseñanza, los maestros están así obligados a usar en una forma más o menos explícita una especie de teoría del conocimiento, de epistemología de las matemáticas. Estas concepciones, usadas estrictamente de manera profesional, no son generalmente de un carácter científico (ni siquiera consistentes), si bien localmente son las huellas de teorías más o menos recientes. Le llamamos "pensamiento matemático escolarizado" a esas pseudo-teorías.

El maestro enseña esta "filosofía" junto con las matemáticas y, puesto que no es una buena descripción de la apropiación de conocimiento, ¿podría ello explicar ciertos fracasos?

Un buen ejemplo de tales errores está en el libro de Mme. Jaulin-Mannoni, *Le Pourquoi en Mathématiques* ("el Por Qué en las Matemáticas"). La primera parte parte es una teoría muy interesante de la comprensión y contiene una gran cantidad de buenas ideas. La segunda presenta casos de re-educación –un esfuerzo laudable-- pero no es posible ver, por ejemplo, cómo tal discurso trata de adaptarse a sí mismo en el caso de Nadine para un condicionamiento perfecto. El análisis de esta reeducación puede ser encontrado en (???)

Siempre en el trabajo de los últimos tres años hemos preparado el terreno para un estudio de estas nuevas hipótesis teniendo en cuenta el conjunto de estas interacciones y de estos sistemas, y usando estudios teóricos de procesos de situaciones didácticas.

A manera de conclusión

En las observaciones que acabamos de reportar, hemos empezado --como la mayoría de los investigadores antes que nosotros-- con un perfil del niño y los factores personales que lo condujeron al fracaso, o que están conectados con sus efectos; este fracaso es considerado casi siempre como un fenómeno patológico adjudicado al niño.

Esta concepción corresponde muy bien al más fuerte de los tres modos de responder al fracaso:

1. En el primero, los padres reaccionan a las preocupaciones causadas por las dificultades de sus niños presionándolos: mandatos, sanciones diversas, cursos especiales, examinaciones medico-psycho-pedagogicos, re-educación,... De la misma manera, los maestros se ven obligados a reducir las excesivas insuficiencias tácticas de enseñanza (escogidas para objetivos a corto plazo) que tienden a

imponer sobre el niño un itinerario transparentemente controlado. La presión es mucho mayor si el niño demuestra que puede tener éxito en otras asignaturas. Pero concentrarse en el estudiante es quizá una empresa tan vana como analizar el agua filtrándose por un hueco en un barril y ver cómo difiere del agua que está dentro.

2. Concentrando la atención en la institución escuela como la ejecutora del contrato didáctico, en los métodos pedagógicos del maestro, en su entrenamiento... constituye el segundo modo. Hemos demostrado el interés que tenemos en él.
3. El tercer modo consiste en concentrar la atención en el contrato mismo (por qué enseñar tantas—o tan pocas-- matemáticas, por qué usar las matemáticas como un criterio de selección, por qué una selección tan corta, etcétera.)

Cada uno de estos tres modos de respuesta es apoyado por hipótesis sobre las diferentes causas de fracaso en matemáticas, pero muy pocas son acompañados por un método utilizable de investigación.

Me he preguntado por mucho tiempo si estas hipótesis sobre el origen instrumental de ciertas dificultades en el cálculo no podrían ser tan complacientemente bienvenidas principalmente porque justifican ciertas intervenciones esperadas por los padres y probablemente útiles para los niños (por otras razones) y muy lucrativos para otros. Ciertamente asombrosos son la persistencia, y el regreso periódico, de declaraciones rotundas, pero manifiestamente falsas o excesivas, imputando a las escuelas la responsabilidad de los fenómenos cuyo responsable en general es notoriamente la sociedad toda.

Ninguna forma de dificultad escolar parece provocar tantas reacciones apasionadas, ni sostener tantos prejuicios como el fracaso en las matemáticas.

Curiosamente, en medio de una masa de publicaciones de opiniones, la escasez de obras objetivas es espectacular, como si la complejidad de la tarea, o las fuerzas resistiendo al trabajo hubieran inhibido toda investigación científica.

Es cierto que los sistemas cuyo funcionamiento o disfuncionamiento pueden desempeñar un papel en este fenómeno son numerosos, y sus interacciones complejas: el niño, los padres, los maestros, la escuela, la sociedad, la disciplina pueden implicarse en el desarrollo de muy diversos enfoques: cognitivo, psicológico o incluso psicoanalítico, pedagógico o sociológico. Las recompensas económicas de estas relaciones son algunas veces grandes, y han contribuido al desarrollo de un enredijo de juicios subjetivos de valor, a un grado que conducen al observador al desconcierto.

Aunque esta complejidad puede estimular la imaginación de innovadores queriendo ayudar a niños con problemas o la de polemistas, legítimamente desalienta al investigador, quien puede temer a la esterilidad de una hipótesis demasiado restrictiva o a las sucias sorpresas de un terreno que es presa delas ideologías.

Esperamos no obstante que la investigación actual pronto permitirá un poco de orientación en el debate.

Disponible en inglés en: http://www.math.washington.edu warfield personal.html