



30 Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Tamaulipas

EXAMEN ESTATAL. 1 de Julio de 2016

Instrucciones:

1. Escribe todas las ideas, procedimientos y operaciones que te llevaron a la solución de cada problema.
2. Cada problema tiene un valor de 7 puntos, se calificarán los procedimientos y avances parciales.
3. No se permite el uso de calculadoras, formularios, tablas, apuntes ni dispositivos.
4. Tienes permitido hacer preguntas por escrito durante la primera hora del examen pero solo sobre los enunciados de los problemas.
5. Tienes un máximo de 4 horas para resolver el examen.
6. Los alumnos seleccionados para la siguiente etapa serán publicados en la sede y posteriormente en www.matetam.com.

Problemas:

Problema 1. Un número entero de 4 cifras se dice *cool* si cumple las siguientes dos propiedades:

- La suma de sus cifras es menor que 7.
- Es divisible por la suma de sus cifras.

¿Cuántos números *cool* hay?

Problema 2. Sea ABC un triángulo rectángulo en A , cuyo cateto AC mide 1. La bisectriz del ángulo BAC corta a la hipotenusa en R ; la perpendicular a AR trazada por R , corta al lado AB en su punto medio. Encuentra la medida del lado AB .

Problema 3. Un número de cubitos de lado uno se ponen juntos para formar un cubo más grande y algunas de las caras del cubo grande se pintan. Después de pintado se vuelven a separar los cubitos pequeños y nos damos cuenta que 45 cubos pequeños no tienen ninguna cara pintada. ¿Cuántas caras del cubo grande se pintaron?

Problema 4. Divide el conjunto $\{1, 2, \dots, 20\}$ en dos conjuntos A y B de la misma cantidad de elementos de manera que el producto de los elementos de A divida al producto de los elementos de B .