

XXVIII Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Tamaulipas

Problemas Opcionales 1

Fecha de entrega: 11 de julio de 2014

Problema 1. ¿Cuántos números de 4 cifras cumplen la propiedad de que el producto de dichas cifras es un cuadrado perfecto?

Problema 2. Encuentra el máximo común divisor de $\underbrace{11\dots 1}_{667}$ y $\underbrace{11\dots 1}_{2001}$

Problema 3. Sea $ABCD$ un paralelogramo y sean L el punto medio de AB , M el punto medio de BC y N el punto medio de CD . Sean P y Q los puntos de intersección de AM con DL y BN respectivamente. Demuestra que el área del triángulo APL es igual al área del triángulo BQM .

Problema 4. Encuentra todos los primos p tales que $p^2 + 77$ tiene exactamente 5 divisores.

Problema 5. Encuentra 3 números en progresión geométrica que cumplan que la suma de ellos sea 35 y la suma de sus cuadrados 525.

Problema 6. Sea ABC un triángulo con D un punto sobre AB . La paralela a CD que pasa por A corta a BC en E y la paralela a CD por B corta a AC en F . Demuestra que

$$\frac{1}{CD} = \frac{1}{AE} + \frac{1}{BF}$$