31 Olimpiada Mexicana de Matemáticas
Tamaulipas 2017

ETAPA REGIONAL
SOLUCIONES

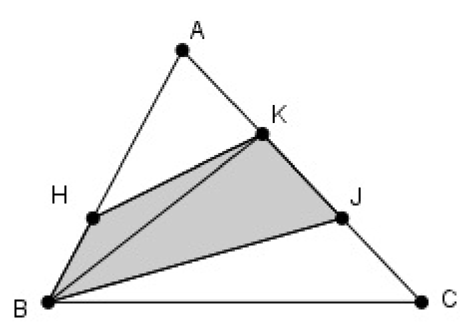
Problemas:

1. Para la primera dirección tenemos 4 caminos. A partir de aquí, al vértice que lleguemos solamente tenemos 3 opciones, pues no podemos regresar por donde venimos, por lo tanto, el total de caminos distintos que puede tomar la hormiga es 4x3x3=36.

2. Si al final tiene 80, entonces antes de aplicar la última tecla T, su número era de la forma 80*a*. Pero como había duplicado (apretado D) antes de esta última T, *a* solamente puede ser 0, 2, 4, 6 u 8 y entonces antes de aplicar la última D, su número era uno de los siguientes: 400, 401, 402, 403 o 404. De nuevo para llegar a uno de estos números, por ejemplo al 400, debería haber tenido un número del tipo 400*b*, donde *b* es par pues aplicó una D antes. Entonces, en este caso, al inicio tenía uno de los números 2000, 2001, 2002, 2003 o 2004. Estos números junto con otras posibilidades: 400*b*, 401*b*, 402*b*, 403*b*, 404*b*, con *b* par, dan como resultado los 25 números: 2000, 2001, 2002, . . . , 2023, 2024.

3. Tenemos que 30=2x3x5. Podemos formar los números usando estos dígitos y los productos de estos que sean menores que 10, además de tantos 1 como queramos. Con los dígitos 5 y 6 podemos formar 2 números, el 56 y el 65. Con los dígitos 1, 5 y 6 podemos formar 6 números, al igual que con los dígitos 2, 3 y 5. Para formar números de cuatro dígitos podemos utilizar el 1,1,5,6, con los cuáles podemos formar 12 números, pero solo 6 menores a 2017. Lo mismo pasa con el dígitos 1,2,3 y 5, podemos formar 24, pero solo 6 menores a 2017, por lo tanto hay 2+6+6+6+6=26 números menores que 2017 tales que el producto de sus dígitos sea 30.

4. Tracemos la línea BK. Notemos que los triángulos AKB, KJB y JCB tienen la misma área, igual a 1/3 del triángulo ABC. Tienen la misma área pues tienen base igual (AK=KJ=JC) y misma altura, en los tres casos es la perpendicular a AC que pasa por B. Ahora bien, notemos que el triángulo BHK es un tercio del área del triángulo AKB, pues tiene base HB que es un tercio de AB y la misma altura que el triángulo AKB (la perpendicular a AB que pasa por K). Entonces el triángulo BHK es igual a 1/3 de 1/3 del triángulo ABC, es decir, 1/9. Por lo tanto, el área sombreada representa a 1/3 + 1/9 = (3+1)/9=4/9.



5. Veamos que para colorear cada renglón podemos hacerlo de una de las siguientes formas:

a	b	c		a	c	b		b	a	c
b	c	a		c	a	b		c	b	a

Tenemos que elegir tres de estos renglones de tal forma que en cada columna del tablero haya un cuadro de cada color. El primer renglón lo podemos escoger de cualquiera de los 6 posibles. El segundo sólo de 2, ya que los otros 3 comparten en una columna un mismo color con el primero que hayamos elegido. La elección del tercer renglón queda determinada. Por lo tanto, hay 6x2x1=12 formas de colorear el tablero.

CRITERIOS SUGERIDOS

1.

Al inicio podemos movernos por 4 caminos distintos.	1 punto
A partir del siguiente podemos elegir 3 caminos pues ya no se puede regresar.	3 puntos
Utilizar el principio multiplicativo para obtener la solución	3 puntos

2.

Antes de la última tecla el número era 80*a*.	1 punto
Como antes había sido duplicado, *a* debe ser par.	1 punto
Antes de la última D el número podría ser 400, 401, 402, 403 o 404.	1 punto
Antes de la primera T el número era 400*b*, 401*b*, 402*b*, 403*b* o 404*b*.	1 punto
b es par.	1 punto
Ver un caso que de por ejemplo las soluciones 2000, 2001, 2002, 2003 o 2004.	1 punto
Obtener todos los números.	1 punto

3.

Factorización del 30.	1 punto
Podemos formar los números usando estos dígitos y los productos de estos que sean menores que 10.	1 punto
Caso con dígitos 5 y 6.	1 punto
Caso con dígitos 1, 5 y 6; 2, 3 y 5.	1 punto
Caso 1, 1, 5 y 6; 1, 2, 3 y 5.	2 puntos
Obtener las soluciones	1 punto

4.

Trazar KB.	1 punto
AKB, KJB y JCB tienen la misma área	2 puntos
BHK es un tercio del área del triángulo AKB.	1 punto
BHK es un noveno del área del triángulo ABC.	1 punto
El área sombreada representa a 4/9 de ABC.	2 puntos

5.

Formas de colorear el primer renglón.	2 puntos
El primer renglón lo podemos escoger de cualquiera de los 6 posibles.	1 punto
El segundo sólo de 2.	2 punto
El tercero queda determinado.	1 punto
Obtener el resultado.	1 punto