Olimpiada de Matemáticas en Tamaulipas

Tarea 4

Problema 1. Los lados BA y CA de un triángulo ABC son prolongados hacia el lado de A y sobre las prolongaciones colocamos puntos de tal forma que se generan los rombos $BATR$ y $CAKN$. BN y RC se intersectan en P, RC y BA se intersectan en S y BN y CA se intersectan en M. Sea Q un punto sobre BC de tal forma que MQ y AB son paralelas. Demuestra que $AMQS$ es rombo.

Problema 2. Encuentra todos los enteros que se escriban como

$$\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} + \ldots + \frac{9}{a_9},$$

donde $a_1, a_2, \ldots, a_9$ son dígitos distintos de cero que pueden repetirse.

Problema 3. Utilizando exclusivamente los dígitos 2 y a se forma el siguiente número

$$2a22a222a2222a \ldots 22 \ldots 2a.$$

Si el número es múltiplo de 9, ¿qué valores son posibles para a?

Problema 4. ¿Cuántos paralelepípedos rectangulares distintos se pueden construir, para los cuales la longitud de cada arista es un entero entre 1 y 10?

Problema 5. Encuentre todos los enteros positivos a, b tales que $a + b \leq 80$ y

$$\frac{a + b^{-1}}{a^{-1} + b} = 13.$$